



Programa de Estudio

MATEMÁTICA 6° BÁSICO

ÍNDICE

PRESENTACIÓN	5
Nociones básicas	7
Aprendizajes como integración de conocimientos, habilidades y actitudes	7
Objetivos Fundamentales Transversales	9
Mapas de Progreso	10
Consideraciones generales para implementar el programa	12
Orientaciones para planificar	14
Orientaciones para evaluar	17
MATEMÁTICA	20
Propósitos	
Habilidades	
Orientaciones didácticas	
VISIÓN GLOBAL DEL AÑO	24
Semestre 1	26
Unidad 1. Números y álgebra	27
Unidad 2. Números y álgebra II	47
Semestre 2	57
Unidad 3. Geometría	58
Unidad 4. Datos y azar	67
MATERIAL DE APOYO SUGERIDO	80
Anexos:	
Anexo 1: Uso flexible de otros instrumentos curriculares	83
Anexo 2: Objetivos Fundamentales por semestre y unidad	84
Anexo 3: Contenidos Mínimos Obligatorios por semestre y unidad	85
Anexo 4: Relación entre Aprendizajes Esperados (AE), Objetivos Fundamentales (OF) y Contenidos Mínimos Obligatorios (CMO)	87

PRESENTACIÓN

El programa es una propuesta para lograr los Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos

El programa de estudio ofrece una propuesta para organizar y orientar el trabajo pedagógico del año escolar. Esta propuesta tiene como propósito promover el logro de los Objetivos Fundamentales (OF) y el desarrollo de los Contenidos Mínimos Obligatorios (CMO) que define el Marco Curricular¹.

La ley dispone que cada establecimiento pueda elaborar sus propios programas de estudio, previa aprobación de los mismos por parte del Mineduc. El presente programa constituye una propuesta para aquellos establecimientos que no cuentan con programas propios.

Los principales componentes que conforman la propuesta del programa son:

- Una especificación de los aprendizajes que se deben lograr para alcanzar los OF y CMO del Marco Curricular, lo que se expresa a través de los *Aprendizajes Esperados*².
- Una organización temporal de estos aprendizajes en semestres y unidades.
- Una propuesta de actividades de aprendizaje y de evaluación, presentada a modo de sugerencia.

De manera adicional a estos componentes, se presenta un conjunto de elementos que se entregan con la finalidad de orientar el trabajo pedagógico realizado a partir del programa y promover el logro de los objetivos que este propone.

La totalidad de los elementos que componen el programa incluyen lo siguiente:

- *Nociones básicas*. Esta sección presenta conceptos fundamentales que están en la base del Marco Curricular y, a la vez, presenta una visión general acerca de la función de los Mapas de Progreso.
- *Consideraciones generales para implementar el programa*. Consisten en orientaciones relevantes para trabajar con el programa y organizar el trabajo en torno al mismo.
- *Propósitos, habilidades y orientaciones didácticas*. Esta sección presenta sintéticamente los propósitos y sentidos sobre los que se articulan los aprendizajes del sector y las habilidades a desarrollar. También entrega algunas orientaciones pedagógicas relevantes para implementar el programa en el sector.

¹ Decretos supremos 254 y 256 de 2009.

² En algunos casos estos aprendizajes están formulados en los mismos términos que algunos de los OF del Marco Curricular. Esto ocurre cuando estos OF pueden ser desarrollados de manera íntegra en una misma unidad de tiempo, sin que sea necesario su desglose en definiciones más específicas.

- *Visión global del año.* Presenta la totalidad de Aprendizajes Esperados a desarrollar durante el año, organizados de acuerdo a unidades.
- *Unidades.* Junto con especificar los Aprendizajes Esperados propios de la unidad, incluyen indicadores de evaluación y sugerencias de actividades que apoyan y orientan el trabajo destinado a promover estos aprendizajes.
- *Relaciones interdisciplinarias ®.* Se simbolizan con ® las actividades que relacionan dos o más sectores.
- *Instrumentos y ejemplos de evaluación.* Ilustran formas de apreciar el logro de los Aprendizajes Esperados presentando estrategias diversas que pueden ser utilizadas para este fin.
- *Material de apoyo sugerido.* Se trata de recursos bibliográficos y electrónicos que pueden ser utilizados para promover los aprendizajes del sector, distinguiendo entre aquellos para ser consultados por el docente de los que pueden ser utilizados por los estudiantes.

NOCIONES BÁSICAS

1. Aprendizajes como integración de conocimientos, habilidades y actitudes

Habilidades, conocimientos y actitudes...

Los aprendizajes que promueven el Marco Curricular y los programas de estudio apuntan a un desarrollo integral de los estudiantes. Para tales efectos, esos aprendizajes involucran tanto los conocimientos propios de la disciplina como las habilidades y actitudes.

...movilizados para enfrentar diversas situaciones y desafíos...

Se busca que los estudiantes pongan en juego estos conocimientos, habilidades y actitudes para enfrentar diversos desafíos, tanto en el contexto del sector de aprendizaje como al desenvolverse en su entorno. Esto supone orientarlos hacia el logro de competencias, entendidas como la movilización de dichos elementos para realizar de manera efectiva una acción determinada.

...y que se desarrollan de manera integrada

Se trata una noción de aprendizaje de acuerdo con la cual los conocimientos, las habilidades y las actitudes se desarrollan de manera integrada y, a la vez, se enriquecen y potencian de forma recíproca.

Deben promoverse de manera sistemática

Las habilidades, los conocimientos y las actitudes no se adquieren espontáneamente al estudiar las disciplinas. Requieren promoverse de manera metódica y estar explícitas en los propósitos que articulan el trabajo de los docentes.

Habilidades

Son importantes, porque...

Son fundamentales en el actual contexto social

...el aprendizaje involucra no solo el saber, sino también el saber hacer. Por otra parte, la continua expansión y la creciente complejidad del conocimiento demandan cada vez más capacidades de pensamiento que permitan, entre otros aspectos, usar la información de manera apropiada y rigurosa, examinar críticamente las diversas fuentes de información disponibles y adquirir y generar nuevos conocimientos.

Esta situación hace relevante la promoción de diversas habilidades, como resolver problemas, formular conjeturas, realizar cálculos en forma mental y escrita y verificar proposiciones simples, entre otras.

Se deben desarrollar de manera integrada, porque...

Permiten poner en juego los conocimientos

...sin esas habilidades, los conocimientos y conceptos que puedan adquirir los alumnos resultan elementos inertes; es decir, elementos que no pueden poner en juego para comprender y enfrentar las diversas situaciones a las que se ven expuestos.

Conocimientos

Son importantes, porque...

Enriquecen la comprensión y la relación con el entorno

...los conceptos de las disciplinas o sectores de aprendizaje enriquecen la comprensión de los estudiantes sobre los fenómenos que les toca enfrentar. Les permiten relacionarse con el entorno, utilizando nociones complejas y profundas que complementan, de manera crucial, el saber que han obtenido por medio del sentido común y la experiencia cotidiana. Además, estos conceptos son fundamentales para que los alumnos construyan nuevos.

Por ejemplo: si se observa una información en un diario que contenga datos representados en tablas o gráficos, el estudiante utiliza sus conocimientos sobre estadística para interpretar a esa información. Los conocimientos previos le capacitan para predecir sobre lo que va a leer para luego verificar sus predicciones en la medida que entiende la información y así construir este nuevo conocimiento.

Se deben desarrollar de manera integrada, porque...

Son una base para el desarrollo de habilidades

...son una condición para el progreso de las habilidades. Ellas no se desarrollan en un vacío, sino sobre la base de ciertos conceptos o conocimientos.

Actitudes

Son importantes, porque...

Están involucradas en los propósitos formativos de la educación

...los aprendizajes no involucran únicamente la dimensión cognitiva. Siempre están asociados con las actitudes y disposiciones de los alumnos. Entre los propósitos establecidos para la educación, se contempla el desarrollo en los ámbitos personal, social, ético y ciudadano. Ellos incluyen aspectos de carácter afectivo y, a la vez, ciertas disposiciones.

A modo de ejemplo, los aprendizajes de Matemática involucran actitudes como perseverancia, rigor, flexibilidad y originalidad al resolver problemas matemáticos, trabajo en equipo e iniciativa personal en la resolución de problemas en contextos diversos y respeto por ideas distintas a las propias.

Se deben enseñar de manera integrada, porque...

Son enriquecidas por los conocimientos y las habilidades

...en muchos casos requieren de los conocimientos y las habilidades para su desarrollo. Esos conocimientos y habilidades entregan herramientas para elaborar juicios informados, analizar críticamente diversas circunstancias y contrastar criterios y decisiones, entre otros aspectos involucrados en este proceso.

Orientan la forma de usar los conocimientos y las habilidades

A la vez, las actitudes orientan el sentido y el uso que cada alumno otorgue a los conocimientos y las habilidades adquiridos. Son, por lo tanto, un antecedente necesario para usar constructivamente estos elementos.

2. Objetivos Fundamentales Transversales (OFT)

Son propósitos generales definidos en el currículum...

Son aprendizajes que tienen un carácter comprensivo y general, y apuntan al desarrollo personal, ético, social e intelectual de los estudiantes. Forman parte constitutiva del currículum nacional y, por lo tanto, los establecimientos deben asumir la tarea de promover su logro.

...que deben promoverse en toda la experiencia escolar

Los OFT no se logran a través de un sector de aprendizaje en particular; conseguirlos depende del conjunto del currículum. Deben promoverse a través de las diversas disciplinas y en las distintas dimensiones del quehacer educativo (por ejemplo: por medio del proyecto educativo institucional, la práctica docente, el clima organizacional, la disciplina o las ceremonias escolares).

Integran conocimientos, habilidades y actitudes

No se trata de objetivos que incluyan únicamente actitudes y valores. Supone integrar esos aspectos con el desarrollo de conocimientos y habilidades.

Se organizan en una matriz común para educación básica y media

A partir de la actualización al Marco Curricular realizada el año 2009, estos objetivos se organizaron bajo un esquema común para la Educación Básica y la Educación Media. De acuerdo con este esquema, los Objetivos Fundamentales Transversales se agrupan en cinco ámbitos: crecimiento y autoafirmación personal, desarrollo del pensamiento, formación ética, la persona y su entorno y tecnologías de la información y la comunicación.



3. Mapas de Progreso

Describen sintéticamente cómo progresa el aprendizaje...

Son descripciones generales que señalan cómo progresan habitualmente los aprendizajes en las áreas clave de un sector determinado. Se trata de formulaciones sintéticas que se centran en los aspectos esenciales de cada sector. A partir de esto, ofrecen una visión panorámica sobre la progresión del aprendizaje en los doce años de escolaridad³.

...de manera congruente con el Marco Curricular y los programas de estudio

Los Mapas de Progreso no establecen aprendizajes adicionales a los definidos en el Marco Curricular y los programas de estudio. El avance que describen expresa de manera más gruesa y sintética los aprendizajes que esos dos instrumentos establecen y, por lo tanto, se inscribe dentro de lo que se plantea en ellos. Su particularidad consiste en que entregan una visión de conjunto sobre la progresión esperada en todo el sector de aprendizaje.

¿Qué utilidad tienen los Mapas de Progreso para el trabajo de los docentes?

Sirven de apoyo para planificar y evaluar...

Pueden ser un apoyo importante para definir objetivos adecuados y para evaluar (ver las Orientaciones para Planificar y las Orientaciones para Evaluar que se presentan en el programa).

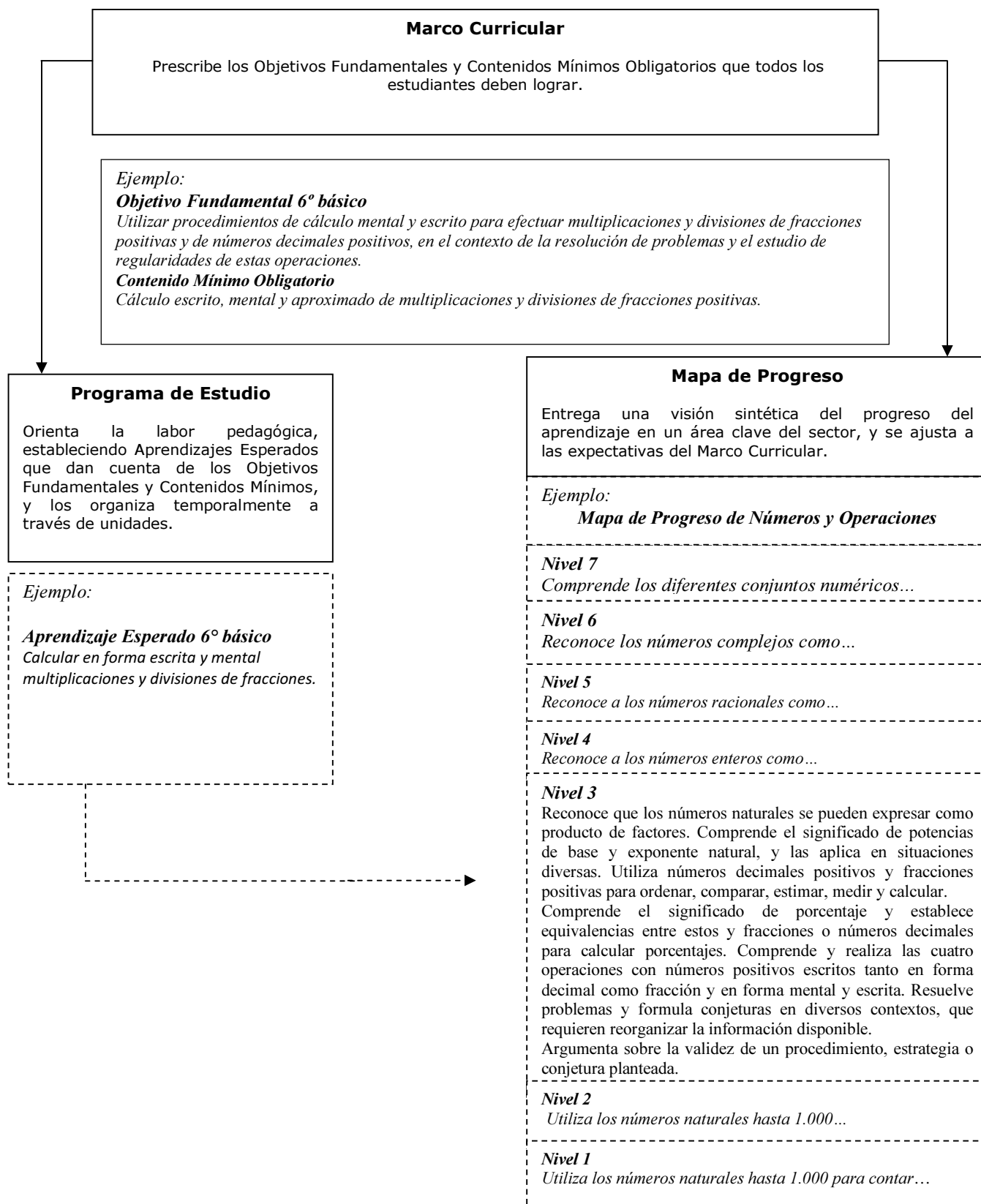
...y para atender la diversidad al interior del curso

Además, son un referente útil para atender a la diversidad de estudiantes dentro del aula:

- permiten más que simplemente constatar que existen distintos niveles de aprendizaje dentro de un mismo curso. Si se usan para analizar los desempeños de los estudiantes, ayudan a caracterizar e identificar con mayor precisión en qué consisten esas diferencias
- la progresión que describen permite reconocer cómo orientar los aprendizajes de los distintos grupos del mismo curso; es decir, de aquellos que no han conseguido el nivel esperado y de aquellos que ya lo alcanzaron o lo superaron
- expresan el progreso del aprendizaje en un área clave del sector, de manera sintética y alineada con el Marco Curricular

³ Los Mapas de Progreso describen en 7 niveles el crecimiento habitual del aprendizaje de los estudiantes en un ámbito o eje del sector. Cada uno de estos niveles presenta una expectativa de aprendizaje correspondiente a dos años de escolaridad. Por ejemplo, el Nivel 1 corresponde al logro que se espera para la mayoría de los niños y niñas al término de 2º básico; el Nivel 2 corresponde al término de 4º básico, y así sucesivamente. El Nivel 7 describe el aprendizaje de un alumno o alumna que al egresar de la Educación Media es "sobresaliente", es decir, va más allá de la expectativa para 4º medio que describe el Nivel 6 en cada mapa.

Relación entre Mapa de Progreso, Programa de Estudio y Marco Curricular



CONSIDERACIONES GENERALES PARA IMPLEMENTAR EL PROGRAMA

La lectura, la escritura y la comunicación oral deben promoverse en los distintos sectores de aprendizaje

Las orientaciones que se presentan a continuación destacan algunos elementos relevantes al momento de implementar el programa. Algunas de estas orientaciones se vinculan estrechamente con algunos de los OFT contemplados en el currículum.

1. Uso del lenguaje

Los docentes deben promover el ejercicio de la comunicación oral, la lectura y la escritura como parte constitutiva del trabajo pedagógico correspondiente a cada sector de aprendizaje.

Esto se justifica, porque las habilidades de comunicación son herramientas fundamentales que los estudiantes deben emplear para alcanzar los aprendizajes propios de cada sector. Se trata de habilidades que no se desarrollan únicamente en el contexto del sector Lenguaje y Comunicación, sino que se consolidan a través del ejercicio en diversos espacios y en torno a distintos temas y, por lo tanto, involucran los otros sectores de aprendizaje del currículum.

Al momento de recurrir a la lectura, la escritura y la comunicación oral, los docentes deben procurar:

Estas habilidades se pueden promover de diversas formas

Lectura:

- la lectura de distintos tipos de textos relevantes para el sector (textos informativos propios del sector, textos periodísticos y narrativos, tablas y gráficos)
- la lectura de textos de creciente complejidad en los que se utilicen conceptos especializados del sector
- la identificación de las ideas principales y la localización de información relevante
- la realización de resúmenes, síntesis de las ideas y argumentos presentados en los textos
- la búsqueda de información en fuentes escritas, discriminándola y seleccionándola de acuerdo a su pertinencia
- la comprensión y el dominio de nuevos conceptos y palabras

Escritura:

- la escritura de textos de diversa extensión y complejidad (por ejemplo: reportes, ensayos, descripciones, respuestas breves)
- la organización y presentación de información a través de esquemas o tablas
- la presentación de las ideas de una manera coherente y clara
- el uso apropiado del vocabulario en los textos escritos
- el uso correcto de la gramática y de la ortografía

Comunicación oral:

- la capacidad de exponer ante otras personas
- la expresión de ideas y conocimientos de manera organizada
- el desarrollo de la argumentación al formular ideas y opiniones

- el uso del lenguaje con niveles crecientes de precisión, incorporando los conceptos propios del sector
- el planteamiento de preguntas para expresar dudas e inquietudes y para superar dificultades de comprensión
- la disposición para escuchar información de manera oral, manteniendo la atención durante el tiempo requerido
- la interacción con otras personas para intercambiar ideas, analizar información y elaborar conexiones en relación con un tema en particular, compartir puntos de vista y lograr acuerdos

2. Uso de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TICs)

Debe impulsarse e uso de las TICs a través de los sectores de aprendizaje

El desarrollo de las capacidades para utilizar las Tecnologías de la Información y Comunicación (TICs) está contemplado de manera explícita como uno de los Objetivos Fundamentales Transversales del Marco Curricular. Esto demanda que el dominio y uso de estas tecnologías se promueva de manera integrada al trabajo que se realiza al interior de los sectores de aprendizaje. Para esto, se debe procurar que la labor de los estudiantes incluya el uso de las TICs para:

Se puede recurrir a diversas formas de utilización de estas tecnologías

- buscar, acceder y recolectar información en páginas web u otras fuentes, y seleccionar esta información, examinando críticamente su relevancia y calidad
- procesar y organizar datos, utilizando plantillas de cálculo, y manipular la información sistematizada en ellas para identificar tendencias, regularidades y patrones relativos a los fenómenos estudiados en el sector
- desarrollar y presentar información a través del uso de procesadores de texto, plantillas de presentación (power point) y herramientas y aplicaciones de imagen, audio y video
- intercambiar información a través de las herramientas que ofrece internet, como el correo electrónico, chat, espacios interactivos en sitios web o comunidades virtuales
- respetar y asumir consideraciones éticas en el uso de las TICs, como el cuidado personal y el respeto por el otro, señalar las fuentes de donde se obtiene la información y respetar las normas de uso y de seguridad de los espacios virtuales

3. Atención a la diversidad

La diversidad entre estudiantes establece desafíos que deben tomarse en consideración

En el trabajo pedagógico, el docente debe tomar en cuenta la diversidad entre los estudiantes en términos culturales, sociales, étnicos o religiosos y respecto de estilos de aprendizaje y niveles de conocimiento.

Esa diversidad conlleva desafíos que los profesores tienen que contemplar. Entre ellos, cabe señalar:

- promover el respeto a cada uno de los estudiantes, en un contexto de tolerancia y apertura, evitando las distintas formas de discriminación
- procurar que los aprendizajes se desarrollen de una manera significativa en relación con el contexto y la realidad de los estudiantes

- intentar que todos los alumnos logren los objetivos de aprendizaje señalados en el currículum, pese a la diversidad que se manifiesta entre ellos

Atención a la diversidad y promoción de aprendizajes

Se debe tener en cuenta que atender a la diversidad de estilos y ritmos de aprendizaje no implica "expectativas más bajas" para algunos estudiantes. Por el contrario, la necesidad de educar en forma diferenciada aparece al constatar que hay que reconocer los requerimientos didácticos personales de los alumnos, para que todos alcancen altas expectativas. Se aspira a que todos los estudiantes alcancen los aprendizajes dispuestos para su nivel o grado.

Es necesario atender a la diversidad para que todos logren los aprendizajes

En atención a lo anterior, es conveniente que, al momento de diseñar el trabajo en una unidad, el docente considere que precisarán más tiempo o métodos diferentes para que algunos estudiantes logren estos aprendizajes. Para esto, debe desarrollar una planificación inteligente que genere las condiciones que le permitan:

Esto demanda conocer qué saben y, sobre esa base, definir con flexibilidad las diversas medidas pertinentes

- conocer los diferentes niveles de aprendizaje y conocimientos previos de los estudiantes
- evaluar y diagnosticar en forma permanente para reconocer las necesidades de aprendizaje
- definir la excelencia, considerando el progreso individual como punto de partida
- incluir combinaciones didácticas (agrupamientos, trabajo grupal, rincones) y materiales diversos (visuales, objetos manipulables)
- evaluar de distintas maneras a los alumnos y dar tareas con múltiples opciones
- promover la confianza de los alumnos en sí mismos
- promover un trabajo sistemático por parte de los estudiantes y ejercitación abundante

4. Orientaciones para planificar

La planificación favorece el logro de los aprendizajes

La planificación es un elemento central en el esfuerzo por promover y garantizar los aprendizajes de los estudiantes. Permite maximizar el uso del tiempo y definir los procesos y recursos necesarios para lograr los aprendizajes que se debe alcanzar.

El programa sirve de apoyo a la planificación a través de un conjunto de elementos elaborados para este fin

Los programas de estudio del Ministerio de Educación constituyen una herramienta de apoyo al proceso de planificación. Para estos efectos han sido elaborados como un material flexible que los profesores pueden adaptar a su realidad en los distintos contextos educativos del país.

El principal referente que entrega el programa de estudio para planificar son los Aprendizajes Esperados. De manera adicional, el programa apoya la planificación a través de la propuesta de unidades, de la estimación del tiempo cronológico requerido en cada una, y de la sugerencia de actividades para desarrollar los aprendizajes.

Consideraciones generales para realizar la planificación

La planificación es un proceso que se recomienda realizar, considerando los siguientes aspectos:

Se debe planificar tomando en cuenta la diversidad, el tiempo real, las prácticas anteriores y los recursos disponibles

- la diversidad de niveles de aprendizaje que han alcanzado los estudiantes del curso, lo que implica planificar considerando desafíos para los distintos grupos de alumnos
- el tiempo real con que se cuenta, de manera de optimizar el tiempo disponible
- las prácticas pedagógicas que han dado resultados satisfactorios
- los recursos para el aprendizaje con que se cuenta: textos escolares, materiales didácticos, recursos elaborados por la escuela o aquellos que es necesario diseñar; laboratorio y materiales disponibles en el Centro de Recursos de Aprendizaje (CRA), entre otros

Sugerencias para el proceso de planificación

Para que la planificación efectivamente ayude al logro de los aprendizajes, debe estar centrada en torno a ellos y desarrollarse a partir de una visión clara de lo que los alumnos deben aprender. Para alcanzar este objetivo, se recomienda elaborar la planificación en los siguientes términos:

Lograr una visión lo más clara y concreta posible sobre los desempeños que dan cuenta de los aprendizajes...

- comenzar por una especificación de los Aprendizajes Esperados que no se limite a listarlos. Una vez identificados, es necesario desarrollar una idea lo más clara posible de las expresiones concretas que puedan tener. Esto implica reconocer qué desempeños de los estudiantes demuestran el logro de los aprendizajes. Se deben poder responder preguntas como ¿qué deberían ser capaces de demostrar los estudiantes que han logrado un determinado Aprendizaje Esperado?, ¿qué habría que observar para saber que un aprendizaje ha sido logrado?

...y, sobre esa base, decidir las evaluaciones, las estrategias de enseñanza y la distribución temporal

- a partir de las respuestas a esas preguntas, decidir las evaluaciones a realizar y las estrategias de enseñanza. Específicamente, se requiere identificar qué tarea de evaluación es más pertinente para observar el desempeño esperado y qué modalidades de enseñanza facilitarían alcanzar este desempeño. De acuerdo a este proceso, se debe definir las evaluaciones formativas y sumativas, las actividades de enseñanza y las instancias de retroalimentación

Los docentes pueden complementar los programas con los Mapas de Progreso, que entregan elementos útiles para reconocer el tipo de desempeño asociado a los aprendizajes.

Se sugiere que la forma de plantear la planificación arriba propuesta se use tanto en la planificación anual como en la correspondiente a cada unidad y al plan de cada clase.

La planificación anual: en este proceso, el docente debe distribuir los Aprendizajes Esperados a lo largo del año escolar, considerando su organización por unidades; estimar el tiempo que se requerirá para cada unidad y priorizar las acciones que conducirán a logros académicos significativos.

Para esto el docente tiene que:

Realizar este proceso con una visión realista de los tiempos disponibles durante el año

- alcanzar una visión sintética del conjunto de aprendizajes a lograr durante el año, dimensionando el tipo de cambio que se debe observar en los estudiantes. Esto debe desarrollarse a partir de los Aprendizajes Esperados especificados en los programas. Los Mapas de Progreso pueden resultar un apoyo importante
- identificar, en términos generales, el tipo de evaluación que se requerirá para verificar el logro de los aprendizajes. Esto permitirá desarrollar una idea de las demandas y los requerimientos a considerar para cada unidad
- sobre la base de esta visión, asignar los tiempos a destinar a cada unidad. Para que esta distribución resulte lo más realista posible, se recomienda:
 - listar días del año y horas de clase por semana para estimar el tiempo disponible
 - elaborar una calendarización tentativa de los Aprendizajes Esperados para el año completo, considerando los feriados, los días de prueba y de repaso, y la realización de evaluaciones formativas y retroalimentación
 - hacer una planificación gruesa de las actividades a partir de la calendarización
 - ajustar permanentemente la calendarización o las actividades planificadas

La planificación de la unidad: implica tomar decisiones más precisas sobre qué enseñar y cómo enseñar, considerando la necesidad de ajustarlas a los tiempos asignados a la unidad.

Realizar este proceso sin perder de vista la meta de aprendizaje de la unidad

La planificación de la unidad debiera seguir los siguientes pasos:

- especificar la meta de la unidad. Al igual que la planificación anual, esta visión debe sustentarse en los Aprendizajes Esperados de la unidad y se recomienda complementarla con los Mapas de Progreso
- crear una evaluación sumativa para la unidad
- idear una herramienta de diagnóstico de comienzos de la unidad
- calendarizar los Aprendizajes Esperados por semana
- establecer las actividades de enseñanza que se desarrollarán
- generar un sistema de seguimiento de los Aprendizajes Esperados, especificando los tiempos y las herramientas para realizar evaluaciones formativas y retroalimentación
- ajustar el plan continuamente ante los requerimientos de los estudiantes

Procurar que los estudiantes sepan qué y por qué van a aprender, qué aprendieron y de qué manera

La planificación de clase: es imprescindible que cada clase sea diseñada considerando que todas sus partes estén alineadas con los Aprendizajes Esperados que se busca promover y con la evaluación que se utilizará.

Adicionalmente, se recomienda que cada clase sea diseñada distinguiendo su inicio, desarrollo y cierre y especificando claramente qué elementos se considerarán en cada una de estas partes. Se requiere considerar aspectos como los siguientes:

- inicio: en esta fase, se debe procurar que los estudiantes conozcan el propósito de la clase; es decir, qué se espera que aprendan. A la vez, se debe

buscar captar el interés de los estudiantes y que visualicen cómo se relaciona lo que aprenderán con lo que ya saben y con las clases anteriores

- desarrollo: en esta etapa, el docente lleva a cabo la actividad contemplada para la clase
- cierre: este momento puede ser breve (5 a 10 minutos), pero es central. En él se debe procurar que los estudiantes se formen una visión acerca de qué aprendieron y cuál es la utilidad de las estrategias y experiencias desarrolladas para promover su aprendizaje.

5. Orientaciones para evaluar

Apoya el proceso de aprendizaje al permitir su monitoreo, retroalimentar a los estudiantes y sustentar la planificación

La evaluación forma parte constitutiva del proceso de enseñanza. No se debe usar solo como un medio para controlar qué saben los estudiantes, sino que cumple un rol central en la promoción y el desarrollo del aprendizaje. Para que cumpla efectivamente con esta función, debe tener como objetivos:

- ser un recurso para medir progreso en el logro de los aprendizajes
- proporcionar información que permita conocer fortalezas y debilidades de los alumnos y, sobre esta base, retroalimentar la enseñanza y potenciar los logros esperados dentro del sector
- ser una herramienta útil para la planificación

¿Cómo promover el aprendizaje a través de la evaluación?

Las evaluaciones adquieren su mayor potencial para promover el aprendizaje si se llevan a cabo considerando lo siguiente:

Explicitar qué se evaluará

Identificar logros y debilidades

Ofrecer retroalimentación

- informar a los alumnos sobre los aprendizajes que se evaluarán. Esto facilita que puedan orientar su actividad hacia conseguir los aprendizajes que deben lograr
- elaborar juicios sobre el grado en que se logran los aprendizajes que se busca alcanzar, fundados en el análisis de los desempeños de los estudiantes. Las evaluaciones entregan información para conocer sus fortalezas y debilidades. El análisis de esta información permite tomar decisiones para mejorar resultados alcanzados
- retroalimentar a los alumnos sobre sus fortalezas y debilidades. Compartir esta información con los estudiantes permite orientarlos acerca de los pasos que deben seguir para avanzar. También da la posibilidad de desarrollar procesos metacognitivos y reflexivos destinados a favorecer sus propios aprendizajes; a su vez, esto facilita involucrarse y comprometerse con ellos.

¿Cómo se pueden articular los Mapas de Progreso del Aprendizaje con la evaluación?

Los Mapas de Progreso ponen a disposición de las escuelas de todo el país un mismo referente para observar el desarrollo del aprendizaje de los alumnos y los ubican en un continuo de progreso.

Los mapas apoyan diversos aspectos del proceso de evaluación

Los Mapas de Progreso apoyan el seguimiento de los aprendizajes, en tanto permiten:

- reconocer aquellos aspectos y dimensiones esenciales de evaluar
- aclarar la expectativa de aprendizaje nacional, al conocer la descripción de cada nivel, sus ejemplos de desempeño y el trabajo concreto de estudiantes que ilustran esta expectativa
- observar el desarrollo, la progresión o el crecimiento de las competencias de un alumno, al constatar cómo sus desempeños se van desplazando en el mapa
- contar con modelos de tareas y preguntas que permiten a cada alumno evidenciar sus aprendizajes

¿Cómo diseñar la evaluación?

La evaluación debe diseñarse a partir de los Aprendizajes Esperados, con el objeto de observar en qué grado se alcanzan. Para lograrlo, se recomienda diseñar la evaluación junto a la planificación y considerar las siguientes preguntas:

Partir estableciendo los Aprendizajes Esperados a evaluar...

- ¿Cuáles son los Aprendizajes Esperados del programa que abarcará la evaluación?

Si debe priorizar, considere aquellos aprendizajes que serán duraderos y prerrequisitos para desarrollar otros aprendizajes. Para esto, los Mapas de Progreso pueden ser de especial utilidad

- ¿Qué evidencia necesitarían exhibir los estudiantes para demostrar que dominan los Aprendizajes Esperados?

Se recomienda utilizar como apoyo los Indicadores de Evaluación que presenta el programa.

...y luego decidir qué se requiere para su evaluación en términos de evidencias, métodos, preguntas y criterios

- ¿Qué método empleará para evaluar?

Es recomendable utilizar instrumentos y estrategias de diverso tipo (pruebas escritas, guías de trabajo, informes, ensayos, entrevistas, debates, mapas conceptuales, informes de laboratorio e investigaciones, entre otros).

En lo posible, se deben presentar situaciones que pueden resolverse de distintas maneras y con diferente grado de complejidad, para que los diversos estudiantes puedan solucionarlas y muestren sus distintos niveles y estilos de aprendizaje.

- ¿Qué preguntas incluirá en la evaluación?

Se deben formular preguntas rigurosas y alineadas con los Aprendizajes Esperados, que permitan demostrar la real comprensión del contenido evaluado

- ¿Cuáles son los criterios de éxito?, ¿cuáles son las características de una respuesta de alta calidad?

Esto se puede responder con distintas estrategias. Por ejemplo:

- o comparar las respuestas de los estudiantes con las mejores respuestas de otros alumnos de edad similar. Se pueden usar los ejemplos presentados en los Mapas de Progreso
- o identificar respuestas de evaluaciones previamente realizadas que expresen el nivel de desempeño esperado, y utilizarlas como modelo para otras evaluaciones realizadas en torno al mismo aprendizaje
- o desarrollar rúbricas⁴ que indiquen los resultados explícitos para un desempeño específico y muestren los diferentes niveles de calidad para dicho desempeño

⁴ Rúbrica: tabla o pauta para evaluar

MATEMÁTICA

1. Propósitos

El aprendizaje de la matemática ayuda a comprender la realidad y proporciona herramientas para desenvolverse en la vida cotidiana. Entre ellas se encuentran el cálculo, el análisis de la información proveniente de diversas fuentes, la capacidad de generalizar situaciones, formular conjeturas, evaluar la validez de resultados y seleccionar estrategias para resolver problemas. Todo esto contribuye a desarrollar un pensamiento lógico, ordenado, crítico y autónomo, y a generar actitudes como precisión, rigurosidad, perseverancia y confianza en sí mismo, que se valoran no solo en la ciencia y la tecnología, sino también en la vida cotidiana.

Aprender matemáticas acrecienta también las habilidades relativas a la comunicación; por una parte, enseña a presentar información con precisión y rigurosidad y, por otra, a demandar exactitud y rigor en las informaciones y argumentos que se recibe.

El conocimiento matemático y la capacidad para usarlo provocan importantes consecuencias en el desarrollo, el desempeño y la vida de las personas. El entorno social valora el conocimiento matemático y lo asocia a logros, beneficios y capacidades de orden superior. Aprender matemática influye en el concepto que niños, jóvenes y adultos construyen sobre sí mismos y sus capacidades; por lo tanto, contribuye a que la persona se sienta un ser autónomo y valioso. En consecuencia, la calidad, la pertinencia y la amplitud de ese conocimiento afectan las posibilidades y la calidad de vida de las personas y afecta el potencial de desarrollo del país.

La matemática ofrece también la posibilidad de trabajar con entes abstractos y sus relaciones y prepara a los estudiantes para que entiendan el medio y las múltiples relaciones que se dan en un espacio simbólico y físico de complejidad creciente. Se trata de espacios en los que la cultura, la tecnología y las ciencias se redefinen en forma permanente y se hacen más difíciles, y las finanzas, los sistemas de comunicación y los vínculos entre naciones y culturas se relacionan y se globalizan.

2. Habilidades

Al estudiar matemáticas, el estudiante adquiere –como el razonamiento lógico– la visualización espacial, el pensamiento analítico, el cálculo, el modelamiento y las destrezas para resolver problemas. La tabla siguiente puede resultar útil para:

- observar transversalmente las habilidades que se desarrollan en el sector
- focalizarse en un nivel y diseñar actividades y evaluaciones que enfatizen dichas habilidades
- situarse en el nivel, observar las habilidades que se pretendió enseñar en los años anteriores y las que se trabajarán más adelante
- advertir diferencias y similitudes en los énfasis por ciclos de enseñanza

Habilidades de pensamiento matemático					
4° básico	5° básico	6° básico	7° básico	8° básico	I medio
Resolver problemas en contextos significativos que requieren	Resolver problemas en contextos diversos y significativos	Resolver problemas en contextos significativos	Resolver problemas en contextos diversos y significativos,	Resolver problemas en contextos diversos y significativos	Analizar estrategias de resolución de problemas de acuerdo con

el uso de los contenidos del nivel			utilizando los contenidos del nivel		criterios definidos
			Analizar la validez de los procedimientos utilizados y de los resultados obtenidos	Evaluar la validez de los resultados obtenidos y el empleo de dichos resultados para fundamentar opiniones y tomar decisiones	Fundamentar opiniones y tomar decisiones
Formular conjeturas y verificarlas, para algunos casos particulares		Formular y verificar conjeturas, en casos particulares			
Ordenar números y ubicarlos en la recta numérica	Ordenar números y ubicarlos en la recta numérica		Ordenar números y ubicarlos en la recta numérica		
Realizar cálculos en forma mental y escrita	Realizar cálculos en forma mental y escrita	Realizar cálculos en forma mental y escrita	Realizar cálculos en forma mental y escrita	Realizar cálculos en forma mental y escrita	
			Emplear formas simples de modelamiento matemático	Emplear formas simples de modelamiento matemático	Aplicar modelos lineales que representan la relación entre variables
				Verificar proposiciones simples, para casos particulares	Diferenciar entre verificación y demostración de propiedades

3. Orientaciones didácticas

Se ha concebido este sector como una oportunidad para que los estudiantes adquieran aprendizajes de vida. La matemática es un área poderosa de la cultura, pues permite comprender, explicar y predecir situaciones y fenómenos del entorno. Por eso, es importante que los docentes se esfuercen para que todos los alumnos del país aprendan los conocimientos y desarrollen las capacidades propias de esta disciplina. Estos programas entregan algunas orientaciones que ayudarán a los profesores a cumplir con este objetivo por medio de la planificación y en el transcurso de las clases.

Los conceptos matemáticos: profundidad e integración

Los estudiantes deben explorar en las ideas matemáticas y entender que ellas constituyen un todo y no fragmentos aislados del saber. Tienen que enfrentar variadas experiencias para que comprendan en profundidad los conceptos matemáticos, sus conexiones y sus aplicaciones. De esta manera, podrán

participar activamente y adquirir mayor confianza para investigar y aplicar las matemáticas. Se recomienda que usen materiales concretos, realicen trabajos prácticos y se apoyen en la tecnología, en especial en el ciclo básico.

El uso del contexto

Es importante que el docente aclare que esta disciplina está enraizada en la cultura y en la historia; asimismo, que impacta en otras áreas del conocimiento científico, crea consecuencias y permite aplicaciones. Preguntarse cómo se originaron los conceptos y modelos matemáticos, en qué períodos de la historia y cómo se enlazaron con la evolución del pensamiento. Es un ancla importante para el aprendizaje. Se recomienda usar analogías y representaciones cercanas a los estudiantes, en especial en las etapas de exploración. También se sugiere aplicar las matemáticas a otras áreas del saber y en la vida diaria como un modo de apoyar la construcción del conocimiento matemático.

Razonamiento matemático y resolución de problemas

Esta disciplina se construye a partir de regularidades que subyacen a situaciones aparentemente diversas y ayuda a razonar en vez de actuar de modo mecánico. Por eso es importante invitar a los estudiantes a buscar regularidades. También se busca desarrollar y explicar la noción de estrategia, comparar diversas formas de abordar problemas y justificar y demostrar las proposiciones matemáticas. El docente debe procurar, asimismo, que los estudiantes conjeturen y verifiquen cómo se comportan los elementos y las relaciones con que se trabaja. Deben analizar los procedimientos para resolver un problema y comprobar resultados, propiedades y relaciones.

Aunque deben ser competentes en diversas habilidades matemáticas, el profesor tiene que evitar que pongan demasiado énfasis en los procedimientos si no comprenden los principios matemáticos correspondientes.

Uso del error

Usar adecuadamente el error ayuda a crear un ambiente de búsqueda y creación. Un educador puede aprovechar la equivocación para inducir aprendizajes especialmente significativos, si lo hace de manera constructiva. Se debe considerar el error como un elemento concreto para trabajar la diversidad en clases y permitir que todos los alumnos alcancen los aprendizajes propuestos.

Aprendizaje matemático y desarrollo personal

La clase de matemática ofrece abundantes ocasiones para el autoconocimiento y las interacciones sociales. Es una oportunidad para la metacognición⁵: ¿cómo lo hice?, ¿cómo lo hicieron?, ¿de qué otra manera es posible? Además, la percepción que cada cual tiene de su propia capacidad para aprender y hacer matemática, surge de la retroalimentación que le ha dado la propia experiencia. En ese sentido, el docente tiene en sus manos un poderoso instrumento: reconocer los esfuerzos y los logros de los alumnos. Otros aspectos que también ayudan a que cada estudiante aumente la confianza en sí mismo son valorar las diferencias, aceptar los éxitos o las acciones de sus pares, crear un clima de confianza y distinguir de qué modo enfrenta cada uno el triunfo o el fracaso, sea propio o de los demás.

Tecnologías digitales y aprendizaje matemático

El programa propone usar programas y ambientes digitales para ampliar las oportunidades de aprendizaje de los estudiantes. Estas tecnologías permiten representar nociones abstractas a través de modelos en los que se puede experimentar con ideas matemáticas; también se puede crear situaciones para que los alumnos exploren las características, los límites y las posibilidades de conceptos, relaciones o procedimientos matemáticos. Los procesadores geométricos, simbólicos y de estadística son laboratorios para investigar relaciones y ponerlas a prueba. Con un procesador simbólico, se puede analizar y entender números grandes o muy pequeños. Y se puede estudiar el comportamiento de funciones, incluso las de alta complejidad.

⁵ Metacongnición: manera de aprender a razonar sobre el propio razonamiento

Internet ofrece múltiples ambientes con representaciones dinámicas de una gran cantidad de objetos matemáticos. Los procesadores geométricos permiten experimentar con nociones y relaciones de la geometría euclidiana, cartesiana o vectorial. Se trata de un espacio muy atractivo para los estudiantes y que los ayudará mucho a formarse para una vida cada vez más influida por las tecnologías digitales.

Clima y motivación

Se debe propiciar un ambiente creativo para que los alumnos formulen, verifiquen o refuten conjeturas respecto de los problemas que abordan. Ese ambiente debe admitir que el error, la duda y la pregunta son importantes y valiosos para construir conocimiento; asimismo, tiene que valorar los aportes de todos y aprovecharlos para crear una búsqueda y una construcción colectiva. En ese espacio será natural analizar acciones y procedimientos y buscar caminos alternativos.

VISIÓN GLOBAL DEL AÑO

Cuadro sinóptico de Aprendizajes Esperados

Semestre 1		Semestre 2	
Unidad 1 Números y álgebra	Unidad 2 Números y álgebra II	Unidad 3 Geometría	Unidad 4 Datos y azar
<ol style="list-style-type: none"> 1. Identificar regularidades en la multiplicación y la división de un número decimal por 10, 100 ó 1.000. 2. Calcular en forma escrita y mental multiplicaciones y divisiones de fracciones. 3. Relacionar las fracciones impropias con números mixtos. 4. Demostrar que comprenden la multiplicación y la división de decimales. 5. Estudiar regularidades en la multiplicación y la división de fracciones y números decimales positivos, utilizando la calculadora. 6. Demostrar que comprenden las razones, utilizando material concreto, en forma gráfica y simbólica. 7. Demostrar que comprenden porcentajes (en el ámbito de los números naturales) con material concreto, gráfica y simbólicamente. 8. Establecer la relación que existe entre 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Expresar potencias de base 10 y exponente natural y aplicarlas en situaciones diversas. 2. Identificar regularidades al multiplicar y dividir potencias de igual base y exponente natural. 3. Representar generalizaciones que surjan a partir de relaciones numéricas, utilizando letras como variables. 4. Reconocer ecuaciones de primer grado con una incógnita en el ámbito de los números naturales y verificar la igualdad. 5. Utilizar estrategias para resolver ecuaciones de primer grado que son modelos de diversas situaciones de la vida cotidiana. 6. Verificar soluciones de ecuaciones de primer grado con una incógnita obtenidas en la resolución de ellas, mediante sustitución de la incógnita o el análisis 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Demostrar que comprenden los ángulos: <ul style="list-style-type: none"> • identificando ejemplos de ángulos en el ambiente • clasificando ángulos de acuerdo a sus medidas • estimando las medidas de ángulos, utilizando 45°, 90° y 180° como ángulos de referencia • determinando ángulos en grados • dibujando y rotulando ángulos cuando la medida es específica. 2. Resolver problemas relativos a ángulos que se forman en rectas paralelas cortadas por una transversal. 3. Formular y demostrar conjeturas acerca de la suma de ángulos en: <ul style="list-style-type: none"> • Triángulos 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Demostrar que comprenden las medidas de tendencia central: <ul style="list-style-type: none"> • determinando las medidas de tendencia central (media, mediana y moda) y el conjunto de datos • determinando la más apropiada de las medidas de tendencia central que entregue resultados y conclusiones • interpretando su significado a partir de información obtenida en medios de comunicación. 2. Construir y rotular gráficos circulares. 3. Resolver problemas que impliquen interpretar información desde gráficos circulares. 4. Comprender los conceptos de población y muestra. 5. Identificar situaciones donde es necesario tomar muestras. 6. Estimar la probabilidad de que ocurran eventos, a partir de identificar patrones en el comportamiento de

<p>porcentajes y su expresión como fracción o decimal y aplicarla en la resolución de problemas.</p> <p>9. Formular y verificar conjeturas respecto del comportamiento de algún fenómeno, mediante el estudio de variaciones porcentuales.</p> <p>10. Resolver problemas, en contextos diversos, que involucran las cuatro operaciones aritméticas en el ámbito de los números naturales, las fracciones y los decimales positivos</p>	<p>del contexto.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Cuadriláteros <p>4. Resolver problemas en situaciones variadas que implican el cálculo de la medida de ángulos interiores y exteriores en triángulos y cuadriláteros.</p>	<p>resultados de experimentos aleatorios simples⁶ en contextos lúdicos.</p>
<p>Tiempo estimado 64 horas</p>	<p>Tiempo estimado 54 horas</p>	<p>Tiempo estimado 62 horas</p>	<p>Tiempo estimado 56 horas</p>

⁶ Por ejemplo: el lanzamiento de monedas o dados.

SEMESTRE 1

UNIDAD 1 Números y álgebra

Propósito

Se espera que los estudiantes profundicen sus conocimientos respecto de las fracciones positivas y los números decimales, considerando situaciones que involucren multiplicaciones o divisiones entre estos números. Se introduce una nueva forma de comparar dos cantidades (utilizar el cociente entre dichas cantidades o razón) y se incorpora el concepto de porcentaje como un ejemplo de razón.

Conocimientos previos

- Fracciones positivas y decimales positivos
- Multiplicación y división de números naturales

Conceptos clave

- Razón, porcentaje, variaciones porcentuales, equivalencia entre porcentaje, fracciones positivas y números decimales

Conocimientos previos

- Fracciones positivas y decimales positivos
- Multiplicación y división de números naturales

Contenidos disciplinares

- Multiplicación y división de fracciones positivas y decimales positivos
- Razón como cociente entre cantidades
- Porcentaje: equivalencia entre porcentaje, fracciones y números decimales; determinación de variaciones porcentuales

Habilidades

- Utilizar procedimientos de cálculo mental con fracciones y decimales positivos
- Utilizar procedimientos de cálculo escrito con fracciones positivas
- Estimar resultados de operaciones con números decimales positivos
- Estimar resultados de porcentaje y de variaciones porcentuales
- Utilizar las razones para comparar cantidades
- Realizar transformaciones entre fracciones positivas, decimales positivos y porcentajes
- Interpretar información relativa a fracciones positivas, decimales positivos y porcentajes

Actitudes

- Perseverancia, rigor, flexibilidad y originalidad al resolver problemas matemáticos
- Trabajo en equipo e iniciativa personal para resolver problemas en contextos diversos

Aprendizajes Esperados	Sugerencias de Indicadores de Evaluación
<i>Se espera que los estudiantes sean capaces de:</i>	<i>Cuando los estudiantes han logrado este aprendizaje:</i>
<p>1. Identificar las regularidades en la multiplicación y la división de un número decimal por 10, 100 ó 1.000.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Responden preguntas relativas a las regularidades que se producen al multiplicar un número decimal por 10, 100 ó 1.000. Por ejemplo: <ul style="list-style-type: none"> ○ ¿qué sucede con el producto cuando se multiplica 3,2 por 10? ○ ¿qué relación existe entre el número 3,09 y su producto al multiplicar por 100? • Realizan cálculos mentales de un número decimal, multiplicando por 10, 100 ó 1.000 y utilizando las regularidades obtenidas. • Responden preguntas relativas a las regularidades que se producen al dividir un número decimal por 10, 100 ó 1.000. Por ejemplo: <ul style="list-style-type: none"> ○ ¿qué sucede con el cociente cuando se divide 43,5 por 10? ○ ¿qué relación existe entre el número 13,8 y su cociente al dividir por 100? • Realizan cálculos mentales de un número decimal, dividiendo por 10, 100 ó 1.000 y utilizando las regularidades obtenidas.
<p>2. Calcular multiplicaciones y divisiones de fracciones en forma escrita, mental y aproximada.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Calculan mentalmente el producto de dos fracciones, cuyos numeradores y denominadores son números de un dígito. • Calculan el producto de una fracción, cuyo numerador y denominador son números de un dígito, por un número natural múltiplo de 10. • Dividen mentalmente fracciones, cuyos denominadores son números de un dígito (como al dividir $1/2:1/3$). • Calculan por escrito el producto de dos fracciones propias, o impropias y número mixto. • Calculan por escrito el producto de números naturales por una fracción propia y por un número mixto. • Calculan por escrito divisiones de fracciones propias, impropias y con número mixto. • Resuelven problemas, utilizando multiplicaciones y divisiones de fracciones propias, impropias y números mixtos.

<p>3. Relacionar las fracciones impropias con números mixtos.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Demuestran, usando material concreto, gráfico y simbólico, que una fracción impropia dada representa un número mayor que 1. • Expresan fracciones como números mixtos impropias en forma concreta, gráfica y simbólica. • Expresan números mixtos como fracciones impropias en forma concreta, gráfica y simbólica. • Ubican un conjunto dado de fracciones, números mixtos y fracciones impropias en una recta numérica y explican las estrategias utilizadas para determinar la posición.
<p>4. Demostrar que comprenden la multiplicación y la división de decimales.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Multiplican números por decimales, transformando decimales a fracciones. • Dividen decimales, transformando a fracciones y utilizando resultados acerca de divisiones de fracciones. • Utilizan procedimientos relativos a la división y la multiplicación de decimales para realizar multiplicaciones y divisiones. • Ubican la coma en el producto, usando la estimación (por ejemplo: $15,205 \text{ m} \cdot 4$ como $15 \text{ m} \cdot 4$, de manera que el producto será mayor de 60 m). • Ubican la coma en el cociente, usando la estimación (por ejemplo: $\\$ 26.83 \div 4$ como $\\$ 27 \div 4$, de manera que el cociente será mayor de \$ 6). • Corrigen errores en la ubicación de la coma en un decimal, en un determinado producto o cociente. • Predicen los productos y cocientes de decimales, utilizando la estrategia de estimación. • Resuelven un problema dado que implica multiplicación y división de decimales, utilizando factores del 0 al 9 y divisores desde 1 hasta 9.
<p>5. Estudiar regularidades en la multiplicación y la división de fracciones y números decimales positivos, utilizando la calculadora.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Identifican regularidades en la multiplicación de fracciones. • Identifican regularidades en la división de decimales. • Responden preguntas relativas a las regularidades que se producen al multiplicar números decimales. Por ejemplo: <ul style="list-style-type: none"> ○ ¿qué sucede con el producto cuando se multiplica 1,5 por 1,5; 1,5 por 1,5 por 1,5; 1,5 por 1,5 por 1,5 por 1,5, y así sucesivamente?

<p>6. Demostrar que comprenden las razones, utilizando material concreto, en forma gráfica y simbólica.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Explican una razón a través de una representación concreta y pictórica • Escriben una razón a partir de material concreto o pictórico. • Expresan una razón dada en múltiples formas, como 3:5, o $\frac{3}{5}$. • Identifican y describen razones que se encuentren en la vida diaria y las registran simbólicamente. • Explican las razones como partes del todo en contextos reales (por ejemplo: para un grupo de 3 niñas y 5 varones, las razones son 03:05, 03:08 y 05:08). • Comparan razones en contextos cotidianos (cantidad de alumnos con anteojos en dos cursos). • Resuelven un problema dado, incluyendo razones.
<p>7. Demostrar que comprenden porcentajes (en los números naturales) con material concreto, gráfica y simbólicamente.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Explican que porcentaje 'significa' parte de 100. • Explican que el porcentaje es una razón de 100. • Representando un porcentaje dado con materiales concretos y representaciones gráficas. • Registran el porcentaje que aparece en una representación concreta o imagen dada. • Expresan un porcentaje dado como una fracción y un decimal. • Identifican y describen los porcentajes en contextos de la vida real y los registran simbólicamente. • Calculan porcentajes simples de una cantidad (10%, 20%, 25% y 50%). • Calculan el porcentaje de una cantidad que aumenta o disminuye en una situación real (precios, porcentaje de descuento). • Resuelven problemas de la vida diaria que incluyan porcentaje.
<p>8. Establecer la relación que existe entre porcentajes y su expresión como fracción o decimal y aplicarla en la resolución de problemas.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Emplean la expresión de un porcentaje como fracción o decimal para calcular porcentajes. Por ejemplo: calculan el 25% de un número, multiplicando 0,25 por el número. • Traducen expresiones de lenguaje natural a lenguaje matemático. Por ejemplo: traducen "la mitad" como "el 50%". <p>Resuelven problemas en contextos significativos relativos a porcentajes, empleando expresiones decimales o fraccionarias de ellos.</p>
<p>9. Formular y verificar conjeturas respecto del comportamiento de algún fenómeno, mediante el estudio de variaciones porcentuales.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Determinan las variaciones porcentuales en una situación cotidiana. Por ejemplo: la variación porcentual diaria de temperatura, medida entre las 6 h y las 16.00 h, durante una semana.

	<ul style="list-style-type: none"> • Conjeturan respecto de los cambios producidos en una situación, cuya información está expresada en porcentajes. Por ejemplo: a partir de la información obtenida respecto de la variación porcentual diaria de temperatura, mencionan las posibles temperaturas de la semana siguiente. • Verifican conjeturas realizadas sobre los cambios producidos en una situación, cuya información está expresada en porcentajes. Por ejemplo: si la conjetura es sobre la variación porcentual de la sensación térmica que se tendría durante una semana, realiza las observaciones correspondientes y compara con lo previsto.
<p>10. Resolver problemas en contextos diversos que involucran las cuatro operaciones aritméticas en el ámbito de los números naturales, las fracciones y los decimales positivos.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Identifican los datos para resolver un problema. • Utilizan diferentes estrategias para resolverlos. • Elaboran una respuesta y la justifican. • Identifican las situaciones que se pueden abordar mediante las razones para resolver el problema. • Establecen las razones entre las variables que se desprenden del enunciado del problema. • Interpretan las razones obtenidas. • Verifican que el resultado obtenido sea solución del problema. • Comunican en forma oral u escrita la solución del problema.

Aprendizajes Esperados en relación con los OFT

Actitudes de perseverancia, rigor, flexibilidad y originalidad al resolver problemas matemáticos

- Tiene orden y método para registrar información
- Termina los trabajos iniciados
- Desarrolla tenacidad frente a obstáculos o dudas que se le presente en problemas matemáticos

Trabajo en equipo e iniciativa personal en la resolución de problemas en contextos diversos

- Participa de manera propositiva en actividades grupales
- Es responsable en la tarea asignada
- Toma iniciativa en actividades de carácter grupal
- Propone alternativas de solución a problemas matemáticos en actividades grupales

Orientaciones didácticas para la unidad

Es relevante que los estudiantes puedan desarrollar sus propias estrategias para enfrentar una situación que signifique operar con fracciones. El docente puede incorporar paulatinamente algunos procedimientos convencionales cuando sea necesario. Se sugiere que les proponga resolver problemas abiertos para que puedan generalizar métodos que les permitan encontrar soluciones efectivas a situaciones similares. El diseño de las actividades debe orientarse a que los alumnos tengan la posibilidad de analizar las técnicas para multiplicar o dividir fracciones. Por ejemplo, por qué, para dividir un número cualquiera por una fracción, se invierte el segundo factor.

Respecto de las operaciones con números decimales, ayuda recurrir a situaciones de la vida cotidiana y a temas de otros sectores de aprendizaje; de ese modo, los alumnos encuentran sentido a números que nada significan para ellos, en general. El profesor tiene que focalizar el trabajo con estimaciones y aproximaciones de decimales en contextos que así lo requieran y no en aquellos casos en que conviene más calcular directamente el resultado exacto.

Si el ámbito numérico es muy complejo, es preferible que usen calculadora cuando necesiten estudiar regularidades en el comportamiento de los números y para resolver problemas; de otro modo, se desviará la atención desde el razonamiento hacia el cálculo aritmético. Por ejemplo, cuando la cantidad de cálculos a realizar es larga y tediosa, cuando el tamaño de los números dificulta innecesariamente las operaciones y cuando la complejidad de los cálculos es excesiva.

Es muy importante que los estudiantes comprendan bien los conceptos de razones y porcentajes por medio de ejemplos vinculados a su entorno cercano y a otras asignaturas. Los ejercicios deben permitirles trabajar las razones y los porcentajes en contextos de actualidad que les resulten desafiantes. Por ejemplo, se rebajó en 30% el precio de una prenda de vestir y luego se aplicó otro descuento del 30% sobre el precio ya rebajado (rebajas sobre rebajas); eso no significa que esté un 60% más barata, sino un porcentaje menor. O si el Estado ordena a las tabaquerías subir en un 50% el precio de los cigarrillos en un período de un año y las empresas deciden hacerlo por etapas (primero en un 12%, luego 8% y por último, 30%) puede que el porcentaje final de aumento sea mayor al 50%.

Las actividades deben ofrecer a los estudiantes la posibilidad de discutir en pequeños grupos y trabajar en parejas. Así se podrá respetar los ritmos de aprendizaje y el docente adecuará los tiempos para efectuar los ejercicios tanto con los más aventajados como con quienes presenten mayores dificultades.

AE 1

Identificar las regularidades en la multiplicación y la división de un número decimal por 10, 100 ó 1.000.

Actividades

1. El docente pide a los estudiantes que expresen la multiplicación $0,4 \cdot 10$ como $0,4$ sumado diez veces y que saquen conclusiones respecto del resultado de la suma y $0,4 \cdot 10$; es decir, respecto de la igualdad $0,4 \cdot 10 = 4$

A continuación, les pide que realicen el mismo proceso con la multiplicación $0,6 \cdot 10$

El profesor realiza otras multiplicaciones de este tipo y concluye, en conjunto con los estudiantes, que:

- al multiplicar un decimal de la forma $0, a$ por 10 , el resultado de la multiplicación es a
- para realizar este tipo de multiplicaciones, un procedimiento es: al multiplicar $0, a$ por 10 , se corre la coma un lugar a la derecha en el decimal $0, a$ y queda 1.

2. El profesor pide a los alumnos que encuentren un procedimiento para multiplicar $0,4 \cdot 100$. Al respecto:

- les sugiere que expresen 100 como $10 \cdot 10$ y que realicen la multiplicación resultante; es decir, $0,4 \times 10 \times 10 = 4 \cdot 10 = 40$
- los orienta respecto de este tipo de multiplicaciones, les dice que primero se multiplica $0,4 \cdot 10$ y que el resultado se multiplica por 10

Les pide que prueben con otras multiplicaciones del mismo tipo (por ejemplo, con $0,8 \cdot 100$) y que den una conclusión respecto de este tipo de multiplicaciones. Revisa las conclusiones y, en conjunto, establecen un procedimiento:

- Para hacer multiplicaciones de la forma $0,8 \times 100$:
 - Paso 1: $0,8$ se expresa en la forma $0,80$
 - Paso 2: la coma se corre dos veces a la derecha

3. El docente pide que encuentren un procedimiento para multiplicar $0,4 \times 1.000$. Revisa las conclusiones de los estudiantes y, en conjunto, establecen un procedimiento:

- Para hacer multiplicaciones de la forma $0,4 \times 1.000$:
 - Paso 1: $0,4$ se expresa en la forma $0,400$
 - Paso 2: la coma se corre tres veces a la derecha
 - Paso 3: $0,4 \times 1.000 = 400$

4. El docente pide que encuentren procedimientos para realizar multiplicaciones del tipo $0,254 \times 1.000$, $1,4 \times 10.000$, $25,6 \times 1.000$

5. Los estudiantes detectan que se producen regularidades en las multiplicaciones de decimales por 10, 100, 1.000, 10.000, etc. Por ejemplo: que en la multiplicación de 0,4 por 10, 100, 1.000, 10.000, se producen las regularidades siguientes:

$$0,4 \times 10 = 4, \quad 0,4 \times 100 = 40, \quad 0,4 \times 1.000 = 400, \quad 0,4 \times 10.000 = 4.000$$

6. El docente pide que calculen mentalmente números decimales por 10, 100, 1.000; por ejemplo: $0,54 \times 1.000$

7. El docente enseña técnicas para realizar divisiones de la forma $0,3 : 10$. De esta manera, obtiene que $0,3 : 10 = 0,03$

Pide a los estudiantes que, utilizando este resultado, encuentren las divisiones:

$$0,3 : 100$$

$$0,3 : 1.000$$

Los orienta, mostrándoles que una posibilidad de dividir un número por 100 consiste en dividir primero el número por 10 y luego dividir por 10 el resultado de esa división. Por ejemplo: para dividir $0,3 : 100$, primero se divide $0,3 : 10$ y el resultado se divide por 10.

Tras revisar los resultados, profesor y alumnos concluyen que:

$$0,3 : 100 = 0,003$$

$$0,3 : 1.000 = 0,0003$$

Realizan otras divisiones de decimales por 10; por ejemplo: $0,45 : 10$, y encuentran las siguientes regularidades:

$$0,45 : 10 = 0,045$$

$$0,45 : 100 = 0,0045$$

$$0,45 : 1.000 = 0,00045, \text{ etc.}$$

El docente pide que encuentren las siguientes divisiones:

$$1,4 : 10, \quad 1,4 : 100, \quad 1,4 : 1.000, \text{ etc.}$$

$$2,34 : 10, \quad 2,34 : 100, \quad 2,34 : 1.000, \text{ etc.}$$

$$0,01 : 10, \quad 0,01 : 100, \quad 0,01 : 1.000, \text{ etc.}$$

y que, a partir de sus resultados y los resultados anteriores, identifiquen regularidades en la división de decimales por 10, 100, 1.000, etc.

8. El profesor pide a los alumnos que calculen mentalmente divisiones de decimales positivos por 10, 100, 1.000; por ejemplo $0,68 : 100$

AE 2

Calcular en forma escrita, mental y aproximada multiplicaciones y divisiones de fracciones.

Actividades

1. El docente explica el significado de la multiplicación de fracciones por números naturales. Dice que, en lenguaje común, multiplicar $\frac{1}{2}$ por una cantidad significa obtener la mitad de esa cantidad. Por ejemplo:

que $\frac{1}{2} \cdot 4$ significa obtener la mitad de 4 y que $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$ significa obtener la mitad de $\frac{1}{3}$

Para profundizar este significado, da otros ejemplos: explica que $\frac{1}{4}$ es la cuarta parte en lenguaje común y que multiplicar $\frac{1}{4}$ por una cantidad significa sacar la cuarta parte de la cantidad; que $\frac{1}{3}$ es la tercera parte en lenguaje común y multiplicar $\frac{1}{3}$ por una cantidad significa sacar la tercera parte de esa cantidad.

Entrega traducciones a lenguaje común de las siguientes fracciones:

$\frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}$ y $\frac{1}{10}$. En conjunto, profesor y alumnos calculan mentalmente multiplicaciones entre esas fracciones y números naturales.

A continuación, les propone que den el significado de las siguientes multiplicaciones: $\frac{1}{5} \cdot 10$, $\frac{1}{6} \cdot 18$, $\frac{1}{8} \cdot 32$ y $\frac{1}{10} \cdot 50$ y que las calculen mentalmente.

2. El docente explica con métodos gráficos el significado de la multiplicación de fracciones por fracciones. Por ejemplo, para multiplicar $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}$, divide el entero en cuatro partes y le asigna el valor $\frac{1}{4}$ a una de ellas; luego saca la mitad de esa parte y obtiene $\frac{1}{8}$.

Profundiza este significado con otros ejemplos:

- divide el entero en 3 partes iguales y le asigna $\frac{1}{3}$ a una de ellas, luego saca la cuarta parte de esa cantidad y obtiene como resultado $\frac{1}{12}$.

- propone que resuelvan gráficamente las siguientes multiplicaciones:

$$\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2}, \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{3}, \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{4}$$

3. El docente y los estudiantes analizan los resultados de las anteriores multiplicaciones de fracciones por fracciones obtenidos de manera gráfica; por ejemplo: analizan el resultado $\frac{1}{10}$ de $\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2}$

Con este propósito, comparan la multiplicación con su resultado y concluyen que el numerador y el denominador de la fracción resultante corresponden a la multiplicación de los numeradores y denominadores, respectivamente.

Les pide que verifiquen el resultado anterior en otras multiplicaciones de fracciones por fracciones realizadas de manera gráfica.

Juntos concluyen que $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$

4. El profesor da una lista de multiplicaciones y les pide que las calculen mentalmente y por escrito.

5. Juntos interpretan divisiones de fracciones por números naturales, como $\frac{1}{\frac{3}{2}}$. Concluyen que, en lenguaje

común, esta división equivale a obtener la mitad de $\frac{1}{3}$; es decir, $\frac{1}{6}$

Les pide que comparen $\frac{\frac{2}{3}}{2}$ con su resultado, $\frac{2}{6}$, y que digan qué observan. Luego interpretan la división

$\frac{\frac{3}{4}}{4}$ como la cuarta parte de $\frac{3}{4}$ y comparan la división $\frac{\frac{3}{4}}{4}$ con su resultado, $\frac{3}{16}$

Para reforzar el proceso, les entrega una lista de divisiones de fracciones por números naturales, les pide que interpreten las divisiones y que comparen la división con la fracción resultante.

Juntos concluyen que, para dividir una fracción por un natural, se conserva el numerador de la fracción y se

multiplica el denominador de la fracción por el número; es decir, que $\frac{a}{\frac{b}{c}} = \frac{a}{b \cdot c}$. Por ejemplo: $\frac{\frac{3}{8}}{2} = \frac{3}{8 \cdot 2}$

Les explica que, por convención, en la multiplicación entre variables (letras) se omite el signo "por"; es

decir, que $a \cdot b = ab$ y, de esta manera, $\frac{1}{\frac{a}{b}} = \frac{1}{ab}$

6. El docente muestra que una fracción expresa una división entre el numerador y el denominador; es decir

$\frac{a}{b} \Leftrightarrow a : b$. De esta manera, $2 = \frac{4}{2}$, $5 = \frac{5}{1}$, $6 = \frac{12}{2} = \frac{24}{4}$ y así sucesivamente.

Concluyen que todo número está "partido por 1"; es decir, que $a = \frac{a}{1}$

Complementa el resultado anterior con otros. Por ejemplo: $a = 1 \cdot a = \frac{1}{1} \cdot a$, lo que se puede traducir

como $7 = 1 \cdot 7 = \frac{1}{1} \cdot 7$, entre otros.

7. El docente explica un procedimiento para dividir fracciones. Les dice que, para dividir $\frac{2}{3}$, se multiplican

los "extremos" de las fracciones (en este caso, 2 y 4) y el resultado se divide por la multiplicación de los

"medios de las fracciones" (en este caso, 3 y 5); es decir, $\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 5}$

Agrega que este resultado se puede demostrar de manera gráfica y les pide que lo intenten o que busquen una demostración de este procedimiento en libros de matemática o en internet.

Explica que otra manera de dividir fracciones consiste en multiplicar la fracción del numerador por la fracción invertida del denominador; es decir:

$$\frac{2}{3} = \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{3}$$

Les propone que apliquen el resultado anterior para calcular mentalmente:

- $\frac{3}{5}, \frac{4}{9}, \frac{2}{3}$

- $\frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{2}{7}$

Les propone que apliquen el resultado anterior para calcular por escrito:

- $\frac{3}{12}, \frac{41}{32}, \frac{2}{34}$

- $\frac{31}{42}, \frac{21}{33}, \frac{2}{71}$

AE 3

Relacionar las fracciones impropias con números mixtos.

Actividades

1. El profesor amplía el lenguaje matemático de los estudiantes; les dice que, en matemática, la palabra "y" significa +; de esta manera, dos enteros y un cuarto significa en lenguaje matemático $2 + \frac{1}{4}$

Pide que realicen esa suma y verifican juntos que es $\frac{2 \cdot 4 + 1}{4} = \frac{9}{4}$

Les propone que traduzcan tres enteros y un medio a simbología matemática y que den el resultado.

2. El docente presenta ahora una fracción impropia, por ejemplo $\frac{5}{3}$, y les pide que determinen, por medio

de una cuadrícula, que es igual a $\frac{3}{3} + \frac{2}{3}$; es decir, $1 + \frac{2}{3}$

Juntos concluyen que $\frac{5}{3}$ se lee en lenguaje natural como 1 entero y $\frac{2}{3}$

3. El docente explica que la fracción anterior se escribe $1\frac{2}{3}$ y que este es un número mixto, pues mezcla números enteros con fracciones.

4. Los alumnos convierten las siguientes fracciones impropias a número mixto:

a) $\frac{9}{5}$

b) $\frac{12}{7}$

5. Los estudiantes convierten los siguientes números mixtos a fracción impropia:

a) $2\frac{1}{5}$

b) $3\frac{2}{3}$

AE 4

Mostrar que comprenden la multiplicación y la división de decimales.

Actividades

1. El docente recuerda a los estudiantes las multiplicaciones y divisiones de decimales por 10, 100, 1.000, etc. y les reitera los procedimientos que establecieron juntos acerca de esas operaciones.

Explica que usarán esos procedimientos para multiplicar decimales por decimales; es decir, que buscarán procedimientos para realizar multiplicaciones del tipo $0,5 \cdot 6$ o $0,4 \cdot 0,2$ o $1,5 \cdot 0,25$, etc.

En primer lugar, trabaja con multiplicaciones de números naturales por 0,1; por ejemplo: $6 \cdot 0,1$

Les pide que elaboren una estrategia para hacer esta multiplicación y les recuerda que $0,1 \Leftrightarrow 1:10$

El profesor revisa las estrategias de los alumnos y juntos concluyen que $6 \cdot 0,1 = 6 \cdot \frac{1}{10} = \frac{6}{10}$. Y como

$$\frac{6}{10} = 0,6, \text{ concluyen que } 6 \cdot 0,1 = 0,6$$

Les propone que den los resultados de las siguientes multiplicaciones:

$$6 \cdot 0,01$$

$$6 \cdot 0,001$$

Revisa con ellos sus resultados y les pide que efectúen otras multiplicaciones de números naturales de dos cifras por 0,1, 0,001, 0,0001, etc.

Luego les propone que:

- den procedimientos para multiplicar números naturales de una y dos cifras por estos decimales
- extiendan el procedimiento a multiplicaciones de números naturales de más de dos cifras por esos números decimales

Revisan juntos los procedimientos formulados y establecen que, para obtener el resultado de la multiplicación entre un número natural y un decimal, se debe:

- expresar el número natural en forma decimal; por ejemplo: 6 como 6,0, 35 como 35,0, etc.
- correr la coma a la izquierda de acuerdo a la cantidad de cifras de los números decimales. Por ejemplo: si se multiplica por 0,001, la coma se corre tres veces a la izquierda.

De esta manera,

$$467 \cdot 0,01 = 467,0 \cdot 0,01 = 4,670$$

$$3478 \cdot 0,00001 = 3478,0 \cdot 0,00001 = 0,34780$$

2. Usan los procedimientos anteriores para elaborar maneras de multiplicar decimales por decimales. Por ejemplo: para multiplicar $0,6 \cdot 0,5$:

- expresan 0,6 como $6 \cdot 0,1$ y 0,5 como $5 \cdot 0,1$. De esta manera, $0,6 \cdot 0,5$ se expresa como $5 \cdot 6 \cdot 0,1 \cdot 0,1$; es decir, como $5 \cdot 6 \cdot 0,01$
- multiplican 5 y 6 y al resultado 30,0 se le corre la coma dos veces a la izquierda.

Los estudiantes realizan las siguientes multiplicaciones, utilizando el procedimiento elaborado:

$$0,63 \cdot 0,5$$

$$0,324 \cdot 0,23$$

$$0,24 \cdot 0,578$$

Generalizan el procedimiento a multiplicaciones del tipo $2,7 \cdot 0,8$ y $3,45 \cdot 5,645$

3. El profesor entrega procedimientos para que efectúen divisiones entre números naturales, donde el resultado no es un número exacto. Por ejemplo: divisiones del tipo 8:5 ó 15:18. Respecto de los resultados, les dice que:

- la división $8:5=1,6$
- el resultado de la división $15:18=0,8333\dots$ y que una aproximación de ella es 0,83 o 0,833, etc.

Pide a los alumnos que realicen las siguientes divisiones: a) 9:6 b) 7:14 c) 14:35 d) 45:8 e) 72:15

Que den resultados aproximados de las siguientes divisiones: a) 5:7 b) 71:15 c) 194:36 d) 457:89

e) 1.235:72

4. El docente explica que usarán los procedimientos ya trabajados para elaborar procedimientos que permitan dividir decimales por decimales; es decir, buscarán procedimientos para realizar divisiones del tipo

$$0,5 : 0,4 \text{ o } 0,48 : 0,24, \text{ etc.}$$

En el caso de la división $0,5 : 0,4$,

- expresan esta división en la forma $\frac{0,5}{0,4}$
- expresan el numerador en la forma $5 \cdot 0,1$ y el denominador en la forma $4 \cdot 0,1$
- de esta manera, $\frac{0,5}{0,4}$ queda expresada en la forma $\frac{5 \cdot 0,1}{4 \cdot 0,1}$, que es igual a $\frac{5}{4}$; es decir, a $1,25$

Juntos concluyen que el resultado de la división se obtiene al correr la coma una vez a la derecha en el numerador y en el denominador. Les propone que apliquen la estrategia anterior para realizar las siguientes divisiones:

$$0,7 : 0,8$$

$$0,6 : 0,5$$

Luego les propone que elaboren procedimientos para realizar la división $0,48 : 0,24$

Juntos revisan los procedimientos presentados y concluyen que el resultado de esta división se obtiene

corriendo la coma dos veces a la derecha en el dividendo y en el divisor: en este caso $\frac{48}{24}$, es decir, 2

Les propone que apliquen la estrategia anterior para realizar las divisiones:

$$0,75 : 0,82$$

$$0,63 : 0,56$$

A continuación, les pide que establezcan un procedimiento para realizar divisiones del tipo $2,75 : 3,81$, $0,987 : 0,814$, y que extiendan esos procedimientos para realizar divisiones de la forma $5,9082 : 4,8716$

Juntos utilizan los procedimientos anteriores para establecer otros que permitan dividir números decimales cualesquiera.

Propone a los estudiantes que realicen las siguientes divisiones:

- $1,934 : 2,5$ b) $0,345 : 7,2$ c) $6,54 : 0,02$

AE 5

Estudiar regularidades en la multiplicación y la división de fracciones y números decimales positivos, utilizando la calculadora.

Actividades

1. Descubren regularidades en las multiplicaciones:

- $2,5 \cdot 2,5$; $2,5 \cdot 2,5 \cdot 2,5$; $2,5 \cdot 2,5 \cdot 2,5 \cdot 2,5$;...
- $0,2 \cdot 0,2$; $0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,2$; $0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,2$;...

2. Descubren regularidades en las divisiones:

- $1/2 : 1/2$; $(1/2 : 1/2) : 1/2$; $((1/2 : 1/2) : 1/2) : 1/2$;...
- $1/2 : 1/4$; $(1/2 : 1/4) : 1/8$; $((1/2 : 1/4) : 1/8) : 1/16$;...

AE 6

Demostrar que comprenden las razones, utilizando material concreto, en forma gráfica y simbólica.

Actividades

1. El docente define el concepto de razón y explica la importancia que tiene para resolver problemas de la vida cotidiana. Explica que las razones se emplean para comparar cantidades; por ejemplo, para:

- comparar la cantidad de alumnas y de alumnos en un sexto básico donde hay 12 alumnas y 24 alumnos, utilizando las razones. En este caso, dice, la razón entre alumnas y alumnos en el curso es 12 a 24 o de 1 a 2
- comparar los años entre un padre y su hijo, donde el padre tiene el triple de la edad del hijo, utilizando las razones. En este caso, señala, la razón entre la edad del hijo y la del padre es 1 a 3

Les propone que indaguen acerca de las siguientes cantidades en internet y que comparen algunas de esas medidas por medio de las razones:

- poblaciones de los países de América Latina. Tienen que comparar las poblaciones de Chile con las de los otros países y dar conclusiones al respecto
- cantidad de clubes de fútbol profesional en Chile. Deben comparar la cantidad de clubes que hay en la Región Metropolitana con las de las otras regiones

El profesor revisa las respuestas, explica que la razón es aproximada en el caso de las poblaciones, señala los motivos y les entrega esas aproximaciones. Agrega que la razón es exacta en el segundo caso y les proporciona los resultados correctos.

2. El docente resuelve una serie de ejercicios relativos a razones por medio de los pasos necesarios:

- establecer la razón entre las cantidades
- determinar la ecuación asociada al problema

Da a los estudiantes una serie de razones relacionadas con cantidades y les pide que las utilicen para resolver problemas. Por ejemplo: si la razón entre los pesos de dos personas es 2 es a 3,

- deben determinar cuánto pesa la persona que pesa menos cuando la otra pesa 90 kilos
- deben responder qué debería ocurrir con los pesos de ambas personas para que la razón de sus pesos sea 4 es a 5

Revisa los pasos que dan por los estudiantes; en particular, la ecuación planteada y su resolución.

AE 7

Demostrar que comprenden porcentajes (limitado a números naturales) con material concreto, gráfica y simbólicamente.

AE 8

Establecer la relación que existe entre porcentajes y su expresión como fracción o decimal y aplicarla en la resolución de problemas.

Actividades

1. El docente explica el significado de porcentaje. Les dice que es una razón con consecuente 100 y que, por lo tanto, se utiliza para comparar una cantidad con 100. De esta manera:

- 25% expresa la razón 25 es a 100, lo que significa que, por cada 100 cantidades, se toman 25
- 30% expresa la razón 30 es a 100, lo que significa que, por cada 100 cantidades, se toman 30

Los estudiantes interpretan información que proviene desde diferentes contextos y que involucran porcentajes. Por ejemplo: "el 30% de los niños del colegio tiene caries".

El docente explica que una manera de entender este concepto es través de la asociación con las fracciones propias y los decimales asociados. Hace las siguientes asociaciones y las representa en la recta numérica:

$$1 \Leftrightarrow 1,0 \Leftrightarrow 100\%$$

$$\frac{1}{2} \Leftrightarrow 0,5 \Leftrightarrow 50\%$$

$$\frac{1}{4} \Leftrightarrow 0,25 \Leftrightarrow 25\%$$

$$\frac{3}{4} \Leftrightarrow 0,75 \Leftrightarrow 75\%$$

Pide a los alumnos que completen la siguiente tabla, que relaciona fracciones, decimales y porcentajes.

Fracción	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$				
Decimal	0,5				0,8		0,3	
Porcentaje	50%					20%		90%

El docente revisa las asociaciones con los estudiantes y entrega los resultados correctos.

2. El profesor recuerda que, en simbología matemática, la palabra "de" significa "por" (es decir, $de \rightarrow \bullet$).

Explica que, si el 25% corresponde a $\frac{25}{100}$, calcular el 25% de 40 equivale a multiplicar $\frac{25}{100} \cdot 40$; de esta manera, el 25% de 40 es 10.

Muestra otros ejemplos:

- 30% de 60 $\Leftrightarrow \frac{30}{100} \cdot 60 = 18$
- 70% de 15 $\Leftrightarrow \frac{70}{100} \cdot 15 = 10,5$

Pide a los estudiantes que calculen los siguientes porcentajes, que grafiquen los resultados anteriores en la recta numérica y que argumenten respecto de los resultados obtenidos.

- 50% de 8
- 20% de 15
- 70% de 25
- 50% de 120

Luego les pide que calculen los porcentajes anteriores, transformando el porcentaje en un decimal y que describan el procedimiento utilizado en forma oral o escrita.

3. Resuelven problemas y responden preguntas relativas a cálculos de porcentajes.

- Responden las siguientes preguntas acerca del significado de porcentaje:
 - ¿qué significa que una cantidad sea el 50% de la otra?
 - ¿existe alguna relación entre la razón 1 es a 2 y el 50% de algo?
 - ¿cuántos minutos son 0,5 horas? ¿Cuántos minutos son el 50% de 1 hora? ¿Cuántos minutos son la mitad ($1/2$) de 1 hora?
- Resuelven los siguientes problemas:
 - en un colegio de 1.200 estudiantes, el 40% son varones, ¿qué porcentaje corresponde a las damas?
 - a una persona le hacen el 10% de descuento por comprar un auto al contado; si el auto cuesta \$7.000.000, ¿cuánto dinero pagó si lo compró al contado?

- o en un supermercado tienen la siguiente política: los días lunes, todas las compras tienen un 6% de descuento. Si una persona compró 5 kilos de arroz, 2 kilos de azúcar, 3 litros de aceite y 2 kilos de tomates un lunes, ¿cuánto pagó por la compra, si el precio de lista del kilo de tomates es \$600, el kilo de arroz, \$800; el kilo de azúcar, \$550 y el litro de aceite, \$1.200?

4. A través de un ejemplo, el docente explica el significado de la palabra variación: si la matrícula de un colegio fue de 1.000 estudiantes en el año 2010 y de 1.200 alumnos al año siguiente, el colegio experimentó una variación de 200 estudiantes. Al respecto, les muestra que:

- la variación se calcula restando la cantidad final con la inicial; en el ejemplo: $1.200 - 1.000$

Les propone que calculen lo siguiente:

- la variación que experimenta el área de un cuadrado cuando el lado varía de 5 cm. a 6 cm.
- la variación que experimentó el precio de una casa entre los años 2009 y 2011, si la casa costaba \$45.000.000 en 2009 y \$53.500.000 en 2011

5. Los alumnos resuelven problemas en los que conocen datos iniciales y el porcentaje de aumento o disminución de un producto. A través de un ejemplo, el profesor explica que, si un artículo cuesta \$1.000 y su precio aumenta en un 50%, entonces:

- el porcentaje de aumento es el 50% de 1.000; es decir, \$500
- el precio final se obtiene sumando el aumento al precio inicial; es decir, se suma el aumento de \$500 a los \$1.000 iniciales, lo que da un total de \$1.500

Luego señala que, si el precio de un par de zapatos que inicialmente costaba \$20.000 disminuye un 10%, entonces el precio final es \$20.000 menos el descuento (\$2.000), que corresponde al 10% de 20.000, lo que da \$18.000.

Les propone que resuelvan los siguientes problemas relativos a variaciones:

- si en un colegio había 2.000 estudiantes y esa cantidad disminuyó en un 5%, ¿cuántos alumnos quedaron?
- un estudiante de sexto básico aumentó sus notas en un 20% en el segundo semestre. Si su promedio fue de 6,0 en el primer semestre, ¿cuál fue el promedio en el segundo semestre?

Observaciones al docente

Es importante considerar qué procedimientos usan los alumnos para calcular estos aumentos o disminuciones y cuál es el referente respecto del que se calculan los porcentajes.

Este ejemplo puede complementarse con otros extraídos del texto de matemática.

Se sugiere trabajar exhaustivamente situaciones vinculadas con aumentos o disminuciones de cantidades en porcentajes dados, ya que a los estudiantes les resulta complejo entender los procesos asociados a estos cálculos.

AE 9

Formular y verificar conjeturas respecto del comportamiento de algún fenómeno mediante el estudio de variaciones porcentuales.

Actividades

1. El docente y los alumnos analizan juntos las indagaciones que han hecho los estudiantes respecto de las variaciones que experimentaron los precios de artículos de consumo durante los últimos seis años:

Año A: 2%

Año B: 4%

Año C: 3%

Año D: 6%

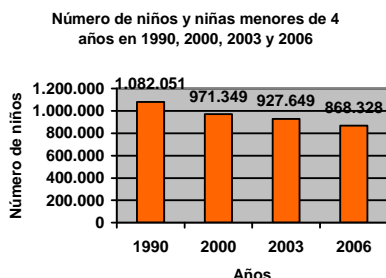
Año E: 4%

Año F: 8%

El docente pregunta qué regularidad observan en la variación de porcentajes y luego, qué conjetura formularían acerca de la variación de precios en el año L.

2. Los estudiantes formulan y verifican conjeturas acerca de la variación de porcentajes presentados en tablas o gráficos.

Por ejemplo, observan el siguiente gráfico de barra:



Fuente: Encuesta de Caracterización Socioeconómica Nacional. Casen 2006. Mideplan.

- verifican la siguiente estimación: "Entre 1990 y 2006, la población de niños y niñas menores de 4 años ha disminuido alrededor de un 20%"
- estiman qué variación de porcentaje experimentará esta población en el año 2012 respecto del año 1990 (usando la calculadora).

Observaciones al docente

Una posibilidad es que construyan una secuencia con los datos de que disponen respecto del número de niños y niñas en los años del gráfico y luego calculen en qué porcentajes disminuyeron respecto de los años de las mediciones anteriores; así podrán identificar una tendencia en la disminución porcentual de la población de niños y niñas.

AE 10

Resolver problemas, en contextos diversos, que involucran las cuatro operaciones aritméticas en el ámbito de los números naturales, las fracciones y los decimales positivos.

Actividades

1. Resuelven problemas en contextos matemáticos:

- acerca de fracciones. Por ejemplo: ¿qué número debe sumar al numerador y restar al denominador de

la fracción $\frac{2}{7}$ para obtener la fracción $\frac{5}{13}$?

- ¿por qué número debe dividir $\frac{1}{2}$ para obtener $\frac{1}{10}$ paquetes de tallarines?

- ¿qué cantidad es mayor: el 10% de 17 o el 17% de 10?

2. Resuelven problemas en contextos cotidianos:

- Camilo acompaña a su mamá a comprar al supermercado. Ella no sabe si llevar 5 paquetes de fideos, de 400 gramos cada uno, o comprar 2 paquetes de 1 kilo. Los precios son los siguientes: el paquete de 400 gramos vale \$430 y el de 1 kilo vale \$1.090
- una persona tiene una deuda de \$25.000. Paga la quinta parte y el resto en 8 cuotas iguales; ¿cuánto paga por cada cuota?

3. Responden preguntas relativas a situaciones en que se utilizan números decimales. Por ejemplo:

- En clase de Ciencias, María observó una hormiga. Le interesaba investigar las patas de esos insectos; específicamente, quería saber si tienen pelos, dedos, talones o algo parecido a otros animales. Para responder a sus interrogantes, utilizó el microscopio. En primer lugar, aumentó la visión del tamaño (el largo) al doble, luego al triple y, finalmente, al cuádruple.
 - si la hormiga de María mide aproximadamente 0,4 cm. de largo, ¿cuánto medía cuando se amplió al doble?, ¿al triple?, ¿al cuádruple?
 - al observar solamente las patas de la hormiga, María se dio cuenta de que aumentar al triple no era suficiente, pero ampliar al cuádruple era demasiado. Entonces, decidió amplificar en 3,5 veces el tamaño. ¿De qué longitud (largo) se veía la hormiga luego de la ampliación?

4. Resuelven problemas relativos a multiplicaciones de fracciones. Por ejemplo:

- Camila se come la cuarta parte de una caja de 24 chocolates y Carlos, la mitad del resto, ¿qué fracción de los bombones se come Carlos?

5. Resuelven problemas, en contextos matemáticos, que impliquen multiplicar decimales positivos y evalúan el resultado en función del enunciado. Por ejemplo:

- ¿Qué número multiplicado por 0,2 es menor que 0,07 y mayor que 0,05?

Evalúan la solución obtenida.

6. Resuelven problemas relativos a multiplicaciones de fracciones de manera mental. Por ejemplo:

De una deuda de \$150.000 pago la mitad y posteriormente pago la cuarta parte de lo que queda, ¿qué fracción de la deuda queda por pagar?

Aprendizaje Esperado

Identificar las regularidades en la multiplicación y la división de un número decimal por 10, 100 ó 1.000.

Indicadores de Evaluación:

- Responden preguntas relativas a las regularidades que se producen al multiplicar un número decimal por 10, 100 ó 1.000. Por ejemplo:
 - ¿qué sucede con el producto cuando se multiplica 3,2 por 10?
 - ¿qué relación existe entre el número 3,09 y su producto al multiplicar por 100?
- Realizan cálculos mentales de un número decimal, multiplicando por 10, 100 ó 1.000 y utilizando las regularidades obtenidas.
- Responden preguntas relativas a las regularidades que se producen al dividir un número decimal por 10, 100 ó 1.000. Por ejemplo:
 - ¿qué sucede con el cociente cuando se divide 43,5 por 10?
 - ¿qué relación existe entre el número 13,8 y su cociente al dividir por 100?
- Realizan cálculos mentales de un número decimal, dividiendo por 10, 100 ó 1.000 y utilizando las regularidades obtenidas.

Actividad

La siguiente tabla indica la multiplicación de distintos decimales por los números 10, 100 y 1.000.

Columna A Número decimal d	Columna B 10 · d	Columna C 100xd	Columna D 1000xd
1.3476	13.476	134.76	1347.6
2.8501			
0.5423			
0,0545			
0.0034			
0,5640			
1.222			
3.333			
12.2323			

- Complete la tabla. A partir de los datos obtenidos, responda:
 - ¿cuáles son los valores posicionales de los números decimales en las distintas columnas (A, B, C y D)? Justifique su respuesta.
 - ¿en cuánto varían los valores posicionales al pasar de una columna a otra? Justifique su respuesta.
- A partir de lo observado en la tabla, proponga un procedimiento para multiplicar por 10, 100 o 1.000 sin usar el algoritmo de la división.
- Verifique su algoritmo, calculando mentalmente el siguiente producto y comprobándolo en seguida con una calculadora:
 - a) $17\ 0365 \cdot 100$ b) $0.035 \cdot 10$ c) $0,0011 \cdot 1000$

Criterios de Evaluación

Al evaluar, considerar los siguientes criterios:

- la identificación de patrones que permitan proponer un procedimiento para multiplicar por 10
- la identificación de patrones que permitan proponer un procedimiento para multiplicar por 100
- la identificación de patrones que permitan proponer un procedimiento para multiplicar por 1.000
- la verificación de los procedimientos

UNIDAD 2 Números y álgebra II

Propósito

En esta unidad se introducen las potencias (específicamente, las de base y exponente natural) y las ecuaciones de primer grado con una incógnita, en el ámbito de los números naturales. En ambos casos, el énfasis está puesto en que los alumnos entiendan los conceptos y la búsqueda de procedimientos de solución, en vez de aplicar mecánicamente reglas y procedimientos rutinarios. Se espera que puedan interpretar expresiones algebraicas en contextos diversos, como, los geométricos. De este modo, la unidad propone un trabajo integrado de los ejes de números y álgebra.

Conocimientos previos

- Múltiplos, factores y divisores de números naturales
- Descomposición de números naturales por medio de la multiplicación
- Multiplicación y división con números naturales
- Conjeturar respecto de propiedades de las operaciones con números naturales
- Resolución de problemas que involucren multiplicaciones y divisiones con números naturales

Conceptos clave

Potencia de base y exponente natural; ecuación de primer grado; expresión algebraica.

Contenidos disciplinares

- Uso de potencias de base y exponente natural para representar grandes números
- Multiplicación y división de potencias
- Ecuaciones de primer grado con una incógnita
- Expresiones algebraicas en diversos contextos

Habilidades

- Aplicar el concepto de potencia en diversas situaciones
- Identificar regularidades en la multiplicación y la división de potencias
- Verificar procedimientos para multiplicar y dividir potencias
- Resolver problemas que involucran potencias de base 10, mediante cálculo mental
- Resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita
- Verificar las soluciones de una ecuación de primer grado con una incógnita
- Representar situaciones numéricas y geométricas, mediante expresiones algebraicas

Actitudes

- Trabajo en equipo e iniciativa personal para resolver problemas en contextos diversos.

Aprendizajes Esperados	Sugerencias de Indicadores de Evaluación
<i>Se espera que los estudiantes sean capaces de:</i>	<i>Cuando los estudiantes han logrado este aprendizaje:</i>
1. Expresar potencias de base 10 y exponente natural y aplicarlas en situaciones diversas.	<ul style="list-style-type: none"> • Explican que, al calcular el área de un cuadrado, se puede expresar el resultado con potencias (cm², m²) • Escriben una multiplicación iterada como una potencia de base y exponente natural; por ejemplo: $5^4 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$ • Obtienen el valor de una potencia; por ejemplo: $3^2 = 9$ • Escriben números grandes, descomponiéndolos y utilizando dígitos y potencias de 10; por ejemplo: $2.341 = 2 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0$
2. Identificar regularidades al multiplicar y dividir potencias de igual base y exponente natural.	<ul style="list-style-type: none"> • Representan gráficamente multiplicaciones de dos potencias de igual base. Por ejemplo: $10 \cdot 10 = 10^2 = 100$ • Identifican las regularidades que se producen en la multiplicación de potencias de igual base. Por ejemplo: observan que $2^3 \times 2^2 = (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2)$ y que esto es igual a $2^{3+2} = 2^5$ • Multiplican potencias de 10 por potencia de 10 e identifican la regularidad. Por ejemplo: $10 \cdot 10 = 10^2 = 100 \cdot 10 = 10^3 = 1.000$, etc.) • Utilizan estrategias de cálculo mental y escrito para multiplicar potencias de 10 • Multiplican potencias de igual base o potencias de igual exponente y usan las regularidades identificadas como procedimientos. • Dividen potencias de igual base. Por ejemplo: observan que $2^3 : 2^2 = (2 \times 2 \times 2) : (2 \times 2)$ y que esto es igual a $2^{3-2} = 2^1$
3. Representar generalizaciones que surjan a partir de relaciones numéricas, utilizando letras como variables.	<ul style="list-style-type: none"> • Escriben y explican la fórmula para encontrar el perímetro de cualquier rectángulo dado • Escriben y explican la fórmula para encontrar el área de cualquier rectángulo dado • Traducen situaciones expresadas en lenguaje natural a expresiones algebraicas y viceversa, utilizando letras. Por ejemplo: expresan frases tipo "el triple de un número", "un número aumentado en dos", "el triple de un número disminuido en la unidad" como $3x$, $\cdot + 2$ y $3(x - 1)$, respectivamente. • Desarrollan y justifican las ecuaciones con variables que ilustran la propiedad conmutativa de la suma y la multiplicación. Por ejemplo: $a+b=b+a$ o $a \cdot b = b \cdot a$ • Representan una regla de un patrón con una simple expresión matemática, como $4d$ o $2n + 1$.

<p>4. Reconocer ecuaciones de primer grado con una incógnita en el ámbito de los números naturales verificando la igualdad.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Identifican una ecuación de primer grado. Por ejemplo: reconocen $7x+1=15$ como una ecuación de primer grado • Verifican que un número natural es solución de una ecuación de primer grado. Por ejemplo: verifican que el número 2 es solución de la ecuación $7x+1=15$, sustituyendo "x" por 2, y verifican la igualdad.
<p>5. Utilizar estrategias para resolver ecuaciones de primer grado que son modelos de diversas situaciones de la vida cotidiana.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Resuelven ecuaciones de primer grado, utilizando distintas estrategias. Por ejemplo: $2 \cdot + 3 = 25$ lo escriben como $2x + 3 = 2 \cdot 11 + 3$, obteniendo, igualando términos, como solución $x = 11$ • Justifican las estrategias utilizadas al resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita
<p>6. Verificar soluciones de ecuaciones de primer grado con una incógnita, obtenidas al resolverlas mediante la sustitución de la incógnita o el análisis del contexto.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Comprueban el valor obtenido en la resolución de una ecuación, sustituyendo el valor de la incógnita • Verifican la solución de una ecuación, analizando el contexto

Aprendizajes Esperados en relación con los OFT

Trabajo en equipo e iniciativa personal para resolver problemas en contextos diversos

- Participa de manera propositiva en actividades grupales
- Es responsable en la tarea asignada
- Toma iniciativa en actividades de carácter grupal
- Propone alternativas de solución a problemas matemáticos en actividades grupales

Orientaciones didácticas para la unidad

Esta unidad permite que los estudiantes trabajen con potencias. Se recomienda que el docente use variados contextos para motivar a los estudiantes y que les muestre la conveniencia de emplear un método para representar y operar con grandes cantidades de manera abreviada. Por ejemplo: las cifras astronómicas o situaciones que desafíen sus capacidades de asombro, como cuántos átomos hay en una gota de agua, cuántos granos de arena contiene aproximadamente una playa o cuántas estrellas existen en el universo.

Se enfatiza que identifiquen regularidades y verifiquen procedimientos en las operaciones con potencias. El objetivo es que aprendan a buscar, diseñar y probar procedimientos matemáticos, más que aplicar aquellos que entrega el profesor. En otras palabras, no solo se busca que los estudiantes aprendan a operar con las potencias, sino también que desarrollen habilidades y actitudes matemáticas, como formular y verificar conjeturas. Las actividades propuestas deben contemplar regularidades que los estudiantes puedan identificar al ver la repetición de procedimientos de cálculos. De este modo, guiados por el docente, podrán descubrir por sí mismos las propiedades que se dan en la multiplicación y la división de potencias, valorándolas como un aporte para simplificar el cálculo.

En cuanto a las expresiones algebraicas, se recomienda diseñar actividades y desafíos que les permitan construir representaciones visuales y dar sentido a los objetos matemáticos. Por lo tanto, es un requisito casi indispensable para esta edad, emplear materiales concretos y representaciones gráficas mediante programas

o páginas web con material interactivo.

Para facilitar la comprensión de las ecuaciones de primer grado con una incógnita, se propone determinar el valor desconocido por medio de la igualación de los términos en una ecuación, como estrategia adicional al método tradicional de aplicar la misma operación a ambos lados de la igualdad. De este modo, se intenta evitar que los estudiantes realicen rápidas generalizaciones que conlleven errores conceptuales que después son difíciles de corregir.

AE 1

Expresan potencias de base 10 y exponente natural y las aplican en situaciones diversas.

Actividades

1. El docente muestra la multiplicación iterada como una potencia de base y exponente natural; por ejemplo:

$$5^4 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \text{ y } 3^5 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$$

Les pide:

- expresar en términos de multiplicaciones 6^3 , 7^5 , 12^5
- expresar en forma de potencia las multiplicaciones $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ y $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$

Explica que una multiplicación tipo $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$ se expresa como $3^7 \cdot 4^4$

Les pide:

- expresar $6^3 \cdot 8^2$, $7^2 \cdot 9^3$, $12^5 \cdot 14^3$ como multiplicaciones
- expresar $5 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$ y $4 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$ como potencias

2. Aprenden a escribir potencias de cantidades en diversos contextos. Por ejemplo, escriben como potencia:

- el número de rectángulos que resultan al doblar una determinada cantidad de veces una hoja de papel
- la masa del planeta
- las toneladas de basura que produce el país en un año

3. El docente utiliza las potencias para hacer representaciones en contextos matemáticos. Por ejemplo: para descomponer números naturales, utilizando potencias de diez.

Les muestra que 3.456 se puede descomponer en términos de potencias de 10:

- se expresa como $3 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0$

Como 10^3 representa la cifra de las unidades de mil, 10^2 la cifra de las centenas, 10^1 la cifra de decenas y 10^0 la cifra de las unidades, concluyen que $3 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0$ corresponde a 3 unidades de mil, 4 centenas, 5 decenas y 6 unidades; es decir, el número 3.456.

Les pide que descompongan en potencias de 10 los siguientes números y que interpreten la descomposición en términos de unidades, decenas, centenas, unidades de mil, etc.

- a) 43.560 b) 1.024 c) 30.457 d) 345.678

Luego les pide que identifiquen el número que corresponde a las siguientes descomposiciones en potencias de 10:

- $5 \cdot 10^4 + 4 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^0$
- $3 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^1 + 9 \cdot 10^0$
- $2 \cdot 10^5 + 7 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0$

4. Los estudiantes descomponen números como 3.500.000 en la forma 35 por potencias de 10

El docente les sugiere que expresen ese número en la forma 35×100.000 y que expresen 100.000 como potencias de 10

El docente y los alumnos concluyen que $3.500.000 = 35 \times 10^5$

Los estudiantes resuelven los siguientes cálculos empleando potencias:

- a) $3.500.000 \times 2.500$
- b) $40.000.000 \times 3.000$
- c) $60.000.000 \times 2.000 \times 400$

d) $300.000 : 500$

e) $15.000.000.000 : 75.000$

f)
$$\frac{30.000 \times 2.000.000}{6.000 \times 500}$$

5. Los estudiantes aplican la descomposición anterior para resolver problemas relativos a cálculos de áreas en contextos cotidianos. Por ejemplo:

- calculan el área de una parcela de forma rectangular de 2km de largo y 1,5km de ancho y la expresan en m^2
- calculan el ancho de un rectángulo de 36.000000 cm^2 de área y 30.000 cm. de largo

AE 2

Identificar regularidades al multiplicar y dividir potencias de igual base y exponente natural.

Actividades

1. El docente presenta a los estudiantes la siguiente multiplicación: $3^4 \cdot 3^2$ y les pide que:

- la expresen en términos de multiplicaciones
- expresen multiplicaciones en forma de potencias
- comparen la multiplicación inicial $3^4 \cdot 3^2$ con la expresión en potencias de las multiplicaciones

Revisan juntos los procesos seguidos:

- primer proceso: $3^4 \cdot 3^2 = (3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3) \cdot (3 \cdot 3)$
- segundo proceso: $(3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3) \cdot (3 \cdot 3) = 3^6$

Comparan $3^4 \cdot 3^2$ con 3^6

Concluyen que $3^4 \cdot 3^2 = 3^{4+2}$

Repiten el mismo proceso con la multiplicación $5^4 \cdot 5^3$

Juntos verifican el resultado anterior; es decir, que $5^4 \cdot 5^3 = 5^{4+3}$

Concluyen que, en la multiplicación de potencias de igual base y exponentes distintos, se conserva la base y se suman los exponentes.

2. El docente presenta una multiplicación de potencias de base distinta y exponente igual y les pide que, igual que el caso anterior, formulen conclusiones.

Con este propósito, les presenta la multiplicación $2^4 \cdot 5^4$ y les propone que intenten obtener alguna conclusión respecto de bases y exponente.

Revisan juntos lo que hicieron los estudiantes.

Concluyen que $2^4 \cdot 5^4 = (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5) = (2 \cdot 5) \cdot (2 \cdot 5) \cdot (2 \cdot 5) \cdot (2 \cdot 5) = (2 \cdot 5)^4$ y que, en este caso, se multiplican las bases y se mantiene el exponente.

Repiten el mismo proceso con la multiplicación $6^3 \cdot 9^3$

Verifican juntos el resultado anterior; es decir, que $6^3 \cdot 9^3 = (6 \cdot 9)^3$

Concluyen que, en la multiplicación de potencias de igual exponente y bases distintas, se multiplican las bases y se mantiene el exponente.

3. El profesor presenta la siguiente división de potencias de igual base y exponentes distintos: $5^6 : 5^2$, y les pide que:

- la expresen como una fracción

- expresen el numerador y el denominador de la fracción anterior en términos de multiplicaciones
- simplifiquen la expresión obtenida y la expresen en potencias de base 5
- comparen la división inicial $5^6 : 5^2$ con la expresión en potencias de base 5 obtenida

Revisan juntos los procesos seguidos:

- primer proceso: $5^6 : 5^2 = \frac{5^6}{5^2}$
- segundo proceso: $\frac{5^6}{5^2} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}{5 \cdot 5}$
- tercer proceso: $\frac{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}{5 \cdot 5} = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^4$

Comparan $5^6 : 5^2$ con 5^4

Concluyen que $5^6 : 5^2 = 5^{6-2}$

Repiten el mismo proceso con la división $6^8 : 6^3$

Verifican juntos el resultado anterior; es decir, que $6^8 : 6^3 = 6^{8-3} = 6^5$

Concluyen que, en la división de potencias de igual base y distinto exponente, se conserva la base y se restan los exponentes.

4. El docente presenta una división de potencias de base distinta y exponente igual y les pide que, igual que en el caso anterior, formulen conclusiones.

Por ejemplo: que formulen una conclusión respecto de divisiones del tipo $3^5 : 7^5$

Revisan juntos lo que hicieron los alumnos.

Concluyen que

$$3^5 : 7^5 = \frac{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}{7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7} = \left(\frac{3}{7}\right) \cdot \left(\frac{3}{7}\right) \cdot \left(\frac{3}{7}\right) \cdot \left(\frac{3}{7}\right) \cdot \left(\frac{3}{7}\right) = \left(\frac{3}{7}\right)^5$$

Y que, en este caso, se dividen las bases y se mantiene el exponente.

Repiten el mismo proceso con la división $4^3 : 9^3$

Verifican juntos el resultado anterior; es decir, que $4^3 : 9^3 = \left(\frac{4}{9}\right)^3$

Concluyen que, en la multiplicación de potencias de igual exponente y bases distintas, se dividen las bases y se mantiene el exponente.

AE 3

Representar generalizaciones que surjan a partir de relaciones numéricas, utilizando letras como variables.

Actividades

1. El docente presenta la expresión $2n$, donde n es un natural; les pide que den distintos valores a n y que registren los resultados en una secuencia. Luego de revisar las respuestas, se concluye que se forma la secuencia 2, 4, 6, 8,...

El profesor explica que la expresión $2n$ genera la secuencia anterior.

Luego presenta la secuencia numérica 1, 3, 5, 7, ... y les pide que encuentren una expresión que la genere.

Revisa las propuestas de los alumnos y concluyen que una posibilidad es que la expresión $2n-1$ genere la secuencia anterior.

Observaciones al docente

Se espera que los estudiantes den múltiples respuestas. Por ejemplo: pueden escribir $2n - 1$ como "una" posible regla de formación de la secuencia numérica dada. Lo importante es que no se queden con la idea de que existe "la" regla de formación para dicha secuencia, sino muchas; por ejemplo: $\frac{4n-2}{2}$ y $(2n-1) + n \cdot (n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)(n-7)$ generan los mismos primeros cuatro términos de esta secuencia.

2. Los alumnos representan propiedades de las operaciones mediante expresiones algebraicas. Por ejemplo: escriben $2+3=3+2$ como $m+n=n+m$ (n y m , números naturales) para describir la propiedad conmutativa de la adición en el conjunto de los números naturales.

Observaciones al docente

Hasta el nivel anterior, los alumnos han estudiado las propiedades de la adición y la multiplicación por medio de casos concretos y numéricos. Como en este nivel se incorpora el álgebra, es una buena oportunidad para recordar dichas propiedades y para usar este nuevo lenguaje.

3. Los estudiantes escriben expresiones algebraicas que representan perímetros o áreas de triángulos. Para lograr este propósito, el docente los orienta. Por ejemplo, los guía para que:

- representen el perímetro $3+3+3=3 \cdot 3$ de un triángulo equilátero de lado 3 en la forma $a + a + a = 3a$, donde a es su lado
- representen el área de un triángulo de base b y altura correspondiente h en la forma $\frac{1}{2} a \cdot h$

Observaciones al docente

En niveles anteriores, los estudiantes han resuelto problemas de perímetros sumando los lados de las formas geométricas. Se sugiere que, en este nivel, calculen perímetros por medio de expresiones algebraicas y no solo sumando los lados de las formas geométricas y que hagan lo mismo para calcular el área.

AE 4

Reconocer ecuaciones de primer grado con una incógnita en el ámbito de los números naturales, verificando la igualdad.

Actividades

1. El docente define el grado de una ecuación como el exponente de la incógnita. Los estudiantes utilizan esta definición para reconocer las siguientes ecuaciones:

- la expresión $2x + 3 = 5$ es una ecuación de primer grado con una incógnita
- la expresión $3x - y = 5$ es una ecuación de primer grado de dos incógnitas
- la expresión $x^2 + 5 = 6$ es una ecuación de segundo grado de una incógnita

2. El docente explica que un número es solución de una ecuación cuando se satisface la igualdad al reemplazar su valor en la incógnita.

Por ejemplo: que 1 es solución de la ecuación $2x + 3 = 5$, ya que, al reemplazar 1 en la incógnita x , se tiene que el lado izquierdo de la ecuación toma el valor $2 \cdot 1 + 3$, cuya suma coincide con el valor 5.

Los estudiantes identifican cuál de las ecuaciones siguientes tiene solución 2:

- $x + 4 = 5$
- $3x - 3 = 3$
- $9 = 5x - 1$

AE 5:

Utilizar estrategias para resolver ecuaciones de primer grado que son modelos de diversas situaciones de la vida cotidiana.

AE 6:

Verificar soluciones obtenidas al resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita, mediante la sustitución de la incógnita o el análisis del contexto.

Actividades

1. El docente muestra con ejemplos cómo expresar números en la forma $ax + b$, donde a y b son números naturales. Por ejemplo: expresar el número 17 en la forma $2x + 5$

Para lograrlo, descompone 17 como $12 + 5$ y el número 12 como $2 \cdot 6$; de esta forma, $17 = 2 \cdot 6 + 5$
Pide a los estudiantes que descompongan los siguientes números en la forma solicitada:

- 26 en la forma $2x + 14$
- 31 en la forma $3x - 8$

2. El docente toma la ecuación $2x + 5 = 17$ y descompone 17 en la forma $2x + 5$. De esta manera, $2x + 5 = 17 \Leftrightarrow 2x + 5 = 2 \cdot 6 + 5$, lo que significa que $x = 6$

Así verifica que la solución de la ecuación anterior es 6.

Pide a los estudiantes que utilicen ese método para resolver las siguientes ecuaciones:

- $2x - 1 = 25$
- $29 = 3x + 5$

Observaciones al docente

Se sugiere repasar la evaluación de expresiones algebraicas, proponiendo a los alumnos ejercicios de este tipo. Por ejemplo: que evalúen la expresión $8x + 9$ cuando $x = 7$ o la expresión $3x + 4y - 2$, cuando $x = 2$ e $y = 3$

El profesor puede utilizar el texto de estudio del nivel para complementar estas actividades.

Aprendizaje Esperado

Representar generalizaciones que surjan a partir de relaciones numéricas, utilizando letras como variables.

Indicadores de Evaluación

- Escriben y explican la fórmula para encontrar el perímetro de cualquier rectángulo dado
- Escriben y explican la fórmula para encontrar el área de cualquier rectángulo dado
- Traducen situaciones expresadas en lenguaje natural a expresiones algebraicas y viceversa, utilizando letras. Por ejemplo: expresan frases del tipo "el triple de un número", "un número aumentado en dos", "el triple, de un número disminuido en la unidad" como $3x$, $x + 2$ y $3(x - 1)$, respectivamente
- Desarrollan y justifican las ecuaciones con variables que ilustran la propiedad conmutativa de la suma y la multiplicación (por ejemplo: $a+b = b+a$ o $a \cdot b = b \cdot a$)
- Representan una regla de un patrón con una simple expresión matemática, como $4d$ o $2n + 1$

Actividad**Situación N°1**

Una cartulina rectangular tiene dimensiones tales que su largo equivale al triple su ancho, más dos unidades.

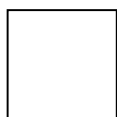
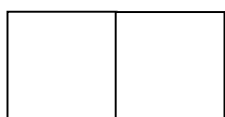
Preguntas:

1) Si llamamos "x" al ancho de la cartulina, ¿cómo se expresa su largo en términos de x?

2) Si llamamos "a" al largo de la cartulina, ¿qué representa la

expresión $\frac{a-2}{3}$ en el contexto de la situación?

3) Si llamamos k al ancho de la cartulina, represente su área y su perímetro en términos de k.

Situación N°2**F1****F2**

La figura F2 se obtiene al agregar a la figura F1 un segundo cuadrado. Construya una tercera y una cuarta figura, agregando un cuadrado a la vez a la figura anterior. Para cada caso, cuente las líneas en cada figura y complete la siguiente tabla:

Figuras	1	2	3	4	5	6	7		n
Cantidad de líneas	4	7							

Preguntas:

1. ¿Con cuántas líneas se construye la quinta figura (F5) de este proceso?

2. ¿Cuál es el término general de la secuencia numérica que representa el número de líneas que contienen cada figura?

Criterios de Evaluación

Al evaluar, considerar los siguientes criterios:

- En la situación N°1 se pone énfasis en traducir el lenguaje natural al algebraico y darle significados a expresiones algebraicas, en contextos específicos
- Al evaluar, hay que recordar que la respuesta a la pregunta 3) puede tener más de una representación.

SEMESTRE 2

UNIDAD 3

Geometría

Propósito

En esta unidad se estudia los ángulos en polígonos. Se espera que los estudiantes conozcan distintos tipos de ángulos, que aprendan a medirlos y construirlos con distintas herramientas y que apliquen estos conocimientos para resolver problemas y formular conjeturas.

La unidad permite trabajar los razonamientos inductivo y deductivo. El primero, a través observar datos disponibles y hacer generalizaciones tras identificar patrones. El segundo, a partir de explicar y verificar las generalizaciones realizadas, utilizando sus conocimientos sobre ángulos. Al mismo tiempo, se busca presentar a los estudiantes una geometría contextualizada en distintos ámbitos del quehacer humano, incluyendo el matemático, a partir de la resolución de problemas diversos.

Conocimientos previos

- Rectas paralelas y oblicuas
- Ángulos, mayor, igual o menor que 90°
- Ángulos entre rectas paralelas cortadas por una transversal
- Medidas de ángulos, usando un transportador
- Planteamiento y resolución de ecuaciones

Conceptos clave

Ángulo opuesto por el vértice, ángulo interior, ángulo exterior, polígono, polígono regular.

Contenidos disciplinares

- Cálculo de ángulos interiores y exteriores en polígonos
- Suma de ángulos interiores y exteriores en polígonos
- Ángulos en la circunferencia

Habilidades

- Formular conjeturas acerca de ángulos en polígonos y verificarlas en casos particulares
- Identificar patrones a partir de datos observados y generalizar resultados
- Resolver problemas relativos a cálculos de ángulos

Actitudes

- Perseverancia, rigor, flexibilidad y originalidad al resolver problemas matemáticos

Aprendizajes Esperados	Sugerencias de Indicadores de Evaluación
<p><i>Se espera que los estudiantes sean capaces de:</i></p>	<p><i>Cuando los estudiantes han logrado este aprendizaje:</i></p>
<p>1. Demostrar que comprenden los ángulos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • identificando ejemplos de ángulos en el ambiente • clasificando ángulos de acuerdo a sus medidas • estimando las medidas de ángulos, utilizando 45°, 90° y 180° como ángulos de referencia • determinando ángulos en grados • dibujando y rotulando ángulos cuando la medida es específica 	<ul style="list-style-type: none"> • Proporcionan ejemplos de los ángulos que se encuentran en el medioambiente. • Identifican los elementos de un ángulo: vértice y lados. • Clasifican un determinado conjunto de ángulos según su medida (por ejemplo: agudo, recto, obtuso). • Dibujan ángulos de 45°, 90° y 180° sin usar un transportador y describen la relación entre ellos. • Estiman la medida de un ángulo, usando como referencia el ángulo de 45°, 90° y 180°. • Miden ángulos dados con un transportador de ángulos, en varias orientaciones. • Dibujan y nombran un ángulo específico en varias orientaciones con un transportador • Describen la medida de un ángulo como la medida de la rotación de uno de sus lados • Describen la medición de ángulos como la medida de un ángulo interior de un polígono.
<p>2. Resolver problemas relativos a ángulos que se forman en rectas paralelas cortadas por una transversal.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Resuelven problemas donde participen las relaciones matemáticas de congruencia o complementariedad, entre ángulos pertenecientes a un sistema de líneas paralelas cortadas por una transversal. • Realizan correctamente las operaciones que conducen a la solución del problema. • Verifican que el resultado obtenido sea la solución del problema. • Comunican en forma oral o escrita las soluciones del problema.
<p>3. Formular y demostrar conjeturas acerca de la suma de ángulos en:</p> <ul style="list-style-type: none"> • triángulos • cuadriláteros 	<ul style="list-style-type: none"> • Explican, usando modelos, que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es igual para todos los triángulos. • Explican, usando modelos, que la suma del interior de los ángulos de un cuadrilátero es igual para todos los cuadriláteros. • Analizan datos, obtenidos empíricamente, de las medidas de ángulos interiores y exteriores de triángulos y formulan conjeturas sobre las posibles relaciones entre ellos. Las verifican, aplicándolas a

	<p>nuevos casos.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Conjeturan acerca de las posibles relaciones entre los ángulos interiores y exteriores en paralelogramos, a partir de lo que aprendieron sobre las relaciones entre los ángulos en un sistema de paralelas cortadas por una transversal.
4. Resolver problemas en situaciones variadas que implican calcular la medida de ángulos interiores y exteriores en triángulos y cuadriláteros.	<ul style="list-style-type: none"> • Identifican los ángulos que se pide calcular y los datos necesarios para determinarlos. • Calculan ángulos en triángulos mediante observación directa de la información dada para resolver problemas. • Plantean ecuaciones relativas a ángulos en triángulos y cuadriláteros, para resolver problemas. • Determinan condiciones que deben tener los ángulos de triángulos equiláteros y cuadrados para cubrir regiones del plano. • Evalúan resultados obtenidos relativos a cálculos de ángulos en función del problema.

Aprendizajes Esperados en relación con los OFT

Actitudes de perseverancia, rigor, flexibilidad y originalidad al resolver problemas matemáticos

- Tener orden y método para registrar información
- Terminar los trabajos iniciados
- Ser tenaz frente a la resolución de problemas matemáticos

Orientaciones didácticas para la unidad

La unidad propone trabajar con ángulos en geometría euclidiana y medirlos de acuerdo al sistema sexagesimal. Luego se trabajan los ángulos en polígonos y en rectas paralelas cortadas por una transversal. Los estudiantes de este nivel suelen ser concretos, activos y les gusta "hacer", por lo que el docente debe evitar enfocar la unidad hacia aprender nombres y reglas que conducen a la clasificación; tiene que ofrecerles actividades que promuevan el descubrimiento, la construcción, la formulación de conjeturas y su verificación, a través de experiencias concretas. Aunque la geometría que se usa para nombrar y clasificar se ajusta a un estilo de clase expositiva, priva a los estudiantes del verdadero sentido de la geometría escolar, cual es ofrecer oportunidades para desarrollar habilidades como visualizar e imaginar espacialmente, estimar medidas y el razonamiento hipotético deductivo.

En este contexto, las actividades propuestas debieran guiar a que los alumnos observen datos provenientes de la medida de ángulos interiores en triángulos, para que reconozcan patrones en la suma de estos ángulos y realicen generalizaciones basadas en esos patrones. Hay que pedirles que expliquen las conjeturas que formulen (es decir, la generalización realizada), utilizando lo que aprendieron sobre ángulos en esta unidad y lo que estudiaron sobre triángulos y cuadriláteros en cursos anteriores.

Antes del cálculo de ángulos, se sugiere que aprendan técnicas para plantear y resolver ecuaciones y que las usen para calcular ángulos en triángulos. Una vez que dominen esto, podrán calcular ángulos en polígonos de más lados. Es importante que el docente focalice el trabajo en la deducción de resultados más que en la memorización de fórmulas. Por ejemplo: si están calculando ángulos en polígonos de siete lados y desean saber la suma de sus ángulos interiores, el profesor tiene que guiarlos para que deduzcan esta suma, utilizando información sobre la cantidad de triángulos que se forman en el polígono y que tienen un vértice en común.

Actividades de este tipo permiten observar y ejercitar la perseverancia y el rigor en el trabajo individual y grupal.

Ejemplos de actividades

AE 1

Demostrar que comprenden los ángulos:

- identificando ejemplos de ángulos en el ambiente
- clasificando ángulos de acuerdo a sus medidas
- estimando las medidas de ángulos, utilizando 45° , 90° y 180° como ángulos de referencia
- determinando ángulos en grados
- dibujando y rotulando ángulos cuando la medida es específica

Actividades

1. El docente traza dos rectas que se cortan y pide a los alumnos que identifiquen algunos de los ángulos que se forman.

Luego les presenta un pentágono y, utilizando esa figura bidimensional, define el concepto de ángulo interior y ángulo exterior.

Les pide que identifiquen:

- todos los ángulos interiores y exteriores de un octógono
- todos los ángulos interiores y exteriores de un dodecágono

Observaciones al docente

Se sugiere que el profesor defina un octógono como una figura de ocho lados, la dibuje y muestre alguno de sus ángulos interiores y el correspondiente ángulo exterior.

Asimismo, que defina un dodecágono como una figura de doce lados y que muestre alguno de sus ángulos interiores y el ángulo exterior correspondiente.

2. El docente define el concepto de ángulo sexagesimal y pide a los estudiantes que:

- indaguen respecto de otros sistemas para medir ángulos
- caractericen 1 grado sexagesimal

Observaciones al docente

Se sugiere revisar las indagaciones hechas por los estudiantes y concluir juntos que el sistema sexagesimal no es el único que existe para medir ángulos.

Se recomienda que les muestre algún otro sistema de medida y compare ambos sistemas con ejemplos.

- los alumnos miden ángulos en diferentes figuras del entorno, utilizando un transportador
- miden ángulos con herramientas tecnológicas y usan el grado sexagesimal como unidad de medida

Observaciones al docente

Se sugiere que mida ángulos de algunas figuras del entorno con los estudiantes y que revise los resultados que van obteniendo en el momento en que las miden.

Se aconseja que midan juntos ángulos con una herramienta computacional y que el profesor revise las mediciones en el momento en que las realizan.

AE 2

Resuelven problemas relativos a ángulos que se forman en rectas paralelas cortadas por una transversal.

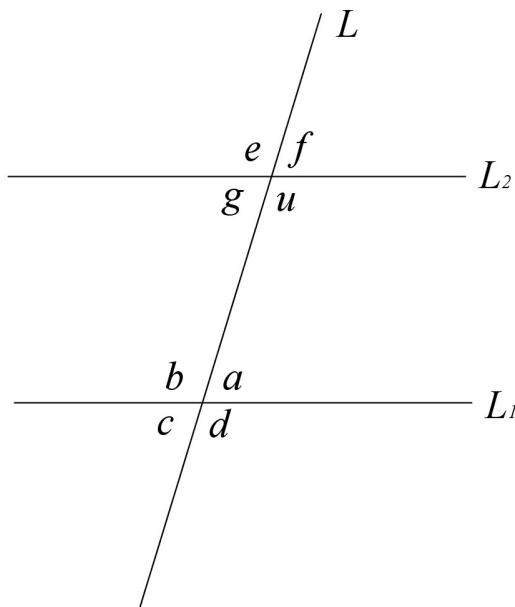
Actividades

1. El docente caracteriza las rectas paralelas y pide a los estudiantes que:
 - las identifiquen en contextos diversos
 - tracen en su cuaderno dos líneas paralelas y una línea transversal a ellas

Observaciones al docente

Se sugiere que identifiquen primero rectas paralelas y el trazado de una recta transversal a rectas paralelas y una vez que el profesor compruebe que los alumnos saben hacer la actividad, deje que la realicen solos. Revisa los trazados cuando los estudiantes los han realizado.

- identifiquen, por lo menos, ocho ángulos que se forman entre la transversal y las líneas paralelas (cuatro en la intersección entre la transversal y cada recta paralela)
2. El docente presenta la siguiente figura, formada por dos rectas paralelas L_1 y L_2 cortadas por una transversal L y los ángulos que se forman entre ellas y la transversal (a, b, c, d, e, f, g, u):

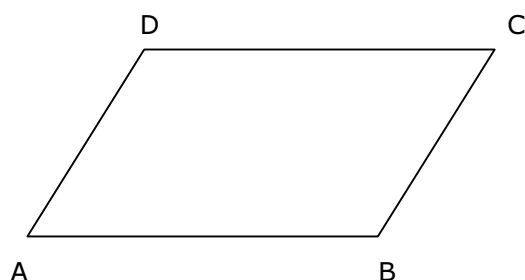


Les pide que establezcan diez relaciones que se dan entre estos ángulos.

Observaciones al docente

El profesor explica, por ejemplo, que una relación que se da entre esos ángulos es $a+b+e+f=360^\circ$. Luego les pide que descubran otra relación entre esos ángulos, la revisan juntos y determinan la relación correcta.

3. El docente muestra a los estudiantes el siguiente paralelogramo ABCD. Les pide que calculen todos sus ángulos interiores y todos sus ángulos exteriores, cuando el ángulo A mide 65° .



Observaciones al docente

El docente define qué es un paralelogramo a través de ejemplos. Juntos observan que los lados opuestos son paralelos; por ejemplo: que AB es paralelo con DC. Luego calcula uno de ellos, aplicando sus conocimientos sobre ángulos entre paralelas cortadas por una transversal (por ejemplo, el ángulo D) y les pide que calculen los otros ángulos. Revisa esos cálculos y determinan en conjunto los valores correctos.

AE 3

Formular y demostrar conjeturas acerca de la suma de ángulos en:

- triángulos
- cuadriláteros

Actividades

1. El profesor pide que conjeturen sobre la suma de los ángulos interiores en triángulos y que verifiquen la conjetura formulada.

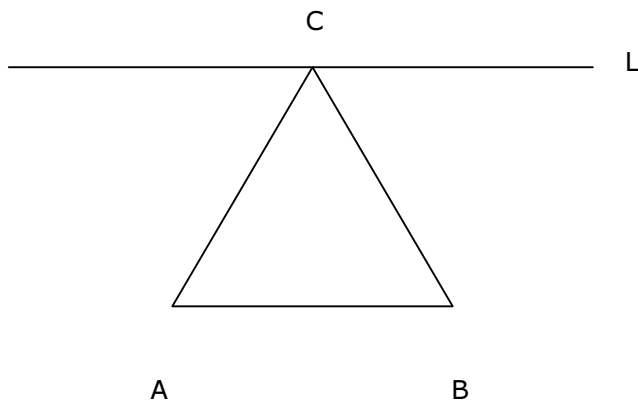
Observaciones al docente

El profesor presenta un triángulo equilátero y un triángulo rectángulo. Les pide que midan sus ángulos interiores, que registren la suma de ellos y luego, que repitan el mismo proceso en triángulos presentes en el entorno.

Les explica que pueden usar transportadores o procesadores geométricos.

Una vez formulada la conjetura, los guía para que la verifiquen. Les sugiere que:

- tracen una recta que sea paralela a uno de los lados del triángulo y que pase por el vértice opuesto al lado, como muestra la figura



- prolonguen los lados AC y BC

Les recuerda que, para la verificación, deben considerar:

- las relaciones entre ángulos que se forman entre las rectas paralelas cortadas por una transversal
- que los ángulos opuestos por el vértice miden lo mismo

El profesor registra las conjeturas que formularon los alumnos y las demostraciones que realizaron.

Juntos demuestran que la suma de los ángulos interiores de todo triángulo es 180° .

2. El docente presenta un triángulo ABC y les pide que conjeturen acerca de la relación que se da entre el ángulo A, el ángulo C y el ángulo exterior a B. Les pide que la verifiquen en casos particulares.

Observaciones al docente

El profesor pide que midan los ángulos A, C y B y que registren sus datos en una tabla. Guía el proceso en sus primeras etapas y comprueba que los alumnos hacen el ejercicio de manera sistemática.

Les dice que, una vez que tengan datos suficientes, los comparen y que formulen su conjetura. La revisa y la verifica junto con los estudiantes, utilizando un transportador.

AE 4

Resolver problemas en situaciones variadas que implican calcular la medida de ángulos interiores y exteriores en triángulos y cuadriláteros.

Actividades

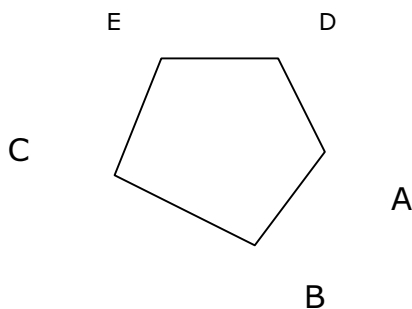
1. El docente muestra un triángulo del cual se conocen dos de sus ángulos interiores y les pide calcular todos los ángulos exteriores. Les sugiere usar la siguiente estrategia:

- calcular primero el ángulo interior que falta
- aplicar la relación entre un ángulo exterior y el ángulo interior asociado para calcular los ángulos exteriores

Observaciones al docente

Se sugiere promover que los alumnos elaboren estrategias para este cálculo. Es importante que verifiquen sus respectivos cálculos.

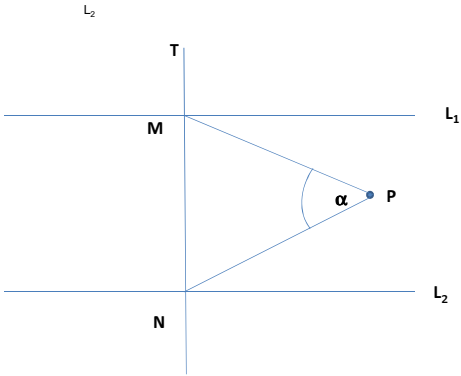
2. El docente define el concepto de polígono regular a través de ejemplos. Presenta a los estudiantes el pentágono regular ABCED de la figura, les propone que tracen las diagonales AC y DC y que calculen todos los ángulos interiores del pentágono.



Observaciones al docente

El docente aconseja a los alumnos que utilicen la información referida a la suma de los ángulos interiores en triángulos y que la apliquen en los triángulos que se forman.

Luego les sugiere que utilicen el resultado referido a la igualdad de sus ángulos interiores.

<p>Aprendizaje Esperado Resolver problemas en situaciones variadas que implican calcular la medida de ángulos interiores y exteriores en triángulos y cuadriláteros</p>	
<p>Indicadores de Evaluación:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Identifican los ángulos que se pide calcular y los datos necesarios para determinarlos • Calculan ángulos en triángulos, mediante observación directa de la información dada, para resolver problemas • Plantean ecuaciones relativas a ángulos en triángulos y cuadriláteros para resolver problemas • Determinan condiciones que deben tener los ángulos de triángulos equiláteros y cuadrados para cubrir regiones del plano • Evalúan resultados obtenidos, relativos a cálculos de ángulos, en función del problema 	
<p>Actividad A continuación se presenta una situación geométrica sobre la que se proponen algunas preguntas. Responden las preguntas de acuerdo a la información entregada.</p>	
<p>Situación</p>  <p>En la figura, L_1 y L_2 son rectas paralelas y T es una transversal a L_1 y L_2. Los trazos MP y NP son bisectrices de los ángulos en M y N respectivamente.</p> <p>Preguntas:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Con la información entregada, ¿es posible calcular la medida del ángulo α? <ul style="list-style-type: none"> • si la respuesta es sí, calcúlelo y justifique el procedimiento empleado • si la respuesta es no, justifique por qué e indique la información que requeriría para calcularlo 2. Suponga que las rectas L_1 y L_2 no son paralelas y al prolongarlas se cortan formando un ángulo de 60°. Con esta nueva información, ¿es posible calcular la medida del ángulo α? <ul style="list-style-type: none"> • si la respuesta es sí, calcúlelo y justifique el procedimiento empleado • si la respuesta es no, justifique por qué e indique la información que requeriría para calcularlo 	<p>Criterios de evaluación</p> <p>Al evaluar, considerar los siguientes criterios:</p> <ul style="list-style-type: none"> • identifican los ángulos cuya medida debe ser calculada • identifican la información entregada explícitamente y que es necesaria para resolver el problema • identifican y deducen la información implícita y que se requiere para resolver el problema • establecen las relaciones matemáticas que lo conducen a la solución • responden las preguntas fundamentando las respuestas en forma adecuada • verifican la solución

UNIDAD 4

Datos y azar

Propósito

En esta unidad se profundiza lo que los estudiantes han aprendido en cursos anteriores respecto de estadística (datos) y probabilidad (azar).

En datos, se amplían las formas de representación a los gráficos circulares y se introducen las medidas de tendencia central y los conceptos de muestra y población, como conceptos fundamentales en el estudio de la estadística. Los gráficos circulares se incorporan como una nueva herramienta de representación y de análisis de información, alternativa a los gráficos de barra; en especial, cuando se quiere enfatizar la comparación de la frecuencia de cada categoría con la frecuencia total.

Respecto del azar, se estudian situaciones de incerteza y experimentos aleatorios, a través de la estimación de la probabilidad de que ocurran eventos; para ello, se identifican patrones en el comportamiento de resultados de experimentos aleatorios en contextos lúdicos. Es importante usar tablas de frecuencia para registrar los resultados en diversos experimentos aleatorios simples.

Conocimientos previos

- Sistemas de coordenadas cartesianas
- Selección de escalas numéricas, adecuadas a los datos, para los ejes de un sistema de coordenadas
- Interpretación y cálculo de porcentajes
- Comparación de cantidades
- Construcción de ángulos, utilizando transportador

Conceptos clave

Gráficos circulares, población, muestra, medidas de tendencia central, probabilidad, experimento aleatorio.

Contenidos disciplinares

- Gráficos circulares
- Medidas de tendencia central: media, moda y mediana
- Población
- Muestra
- Encuesta
- Censo
- Experimento aleatorio
- Evento de un experimento aleatorio
- Ocurrencia de un evento
- Probabilidad de ocurrencia de un evento

Habilidades

- Extraer información desde datos organizados en gráficos circulares
- Resolver problemas, utilizando datos organizados en gráficos circulares
- Representar un conjunto de datos, a través de gráficos circulares
- Utilizar herramientas tecnológicas para construir gráficos circulares
- Obtener muestras aleatorias desde una población
- Calcular la media, la mediana o la moda de una población
- Interpretar el valor de una medida de tendencia central
- Decidir cuál es la medida de tendencia central más representativa de un conjunto de datos
- Estimar la probabilidad de que ocurra un evento asociado a un experimento aleatorio

Actitudes

- Respetar ideas distintas a las propias
- Muestra rigor, perseverancia, flexibilidad y creatividad en la resolución de problemas matemáticos

Aprendizajes Esperados	Indicadores de Evaluación
<i>Se espera que los estudiantes sean capaces de:</i>	<i>Cuando los estudiantes han logrado este aprendizaje:</i>
<p>1. Demostrar que comprenden las medidas de tendencia central:</p> <ul style="list-style-type: none"> • determinando las medidas de tendencia central (media, mediana, moda) y el conjunto de datos • determinando la más apropiada de las medidas de tendencia central que entregue resultados y conclusiones • interpretando su significado a partir de información obtenida en medios de comunicación 	<ul style="list-style-type: none"> • Explican la información que entrega la media, la mediana y la moda respecto de un conjunto de datos. • Determinan la media, la mediana y la moda para un determinado conjunto de datos y explican por qué estos valores pueden ser iguales o diferentes. • Proporcionan un contexto en el que la media, la mediana o la moda es la medida más apropiada para comunicar. • Comparan resultados de conjuntos de datos, utilizando medidas de tendencia central. • Obtienen conclusiones a partir de la información entregada por las medidas de tendencia central en un contexto determinado. • Resuelven un problema, utilizando las medidas de tendencia central.
<p>2. Construir y rotular gráficos circulares.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Identifican los elementos comunes de las gráficas circulares, como: <ul style="list-style-type: none"> ◦ título, nombres de ejes, leyenda ◦ la suma de los ángulos centrales es de 360° ◦ los datos se representan como un porcentaje del total y la suma de los porcentajes es igual a 100% • Construyen y le ponen título y nombres a un gráfico circular, con y sin tecnología para mostrar un conjunto dado de datos.
<p>3. Resolver problemas que impliquen interpretar información desde gráficos circulares.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Encuentran y comparan los gráficos circulares en una variedad de medios, como periódicos, revistas e internet. • Traducen los porcentajes que aparecen en un gráfico circular a cantidades numéricas para resolver un problema dado. • Interpretan un gráfico circular dado para responder preguntas. • Resuelven problemas que impliquen interpretar información presentada en gráficos.
<p>4. Comprender los conceptos de población y muestra.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Explican las razones para utilizar la población completa o una muestra de ella según los propósitos del estudio a realizar. • Interpretan los resultados obtenidos en estudios o encuestas, identificando las muestras de datos seleccionadas y las poblaciones involucradas.

<p>5. Identificar situaciones en las que es necesario tomar muestras.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Identifican la población y muestra en estudios o encuestas provenientes de diversos contextos. • Dan ejemplos de situaciones donde se utiliza la población completa o una muestra de ella para realizar estudios o encuestas. • Identifican una o más muestras posibles, considerando una población específica.
<p>6. Estimar la probabilidad de que ocurran eventos, a partir de identificar patrones en el comportamiento de resultados de experimentos aleatorios simples⁷ en contextos lúdicos.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Determinan qué eventos o resultados tienen mayor probabilidad de ocurrencia que otros, a partir de experimentos aleatorios simples que involucren varias iteraciones⁸. • Estiman la probabilidad de que ocurra un evento como la razón entre el número de veces que sucedió dicho evento y el número de repeticiones del experimento aleatorio.

⁷ Por ejemplo el lanzamiento de monedas o dados

⁸ Sobre 100, para que el análisis tenga sentido

Aprendizajes Esperados en relación con los OFT

Respeto por ideas distintas a las propias

- Incorporar en sus argumentos ideas formuladas por otros
- Escuchar con atención las ideas expresadas por sus compañeros

Actitudes de rigor, perseverancia, flexibilidad y creatividad en la resolución de problemas matemáticos

- Tener orden y método para registrar información
- Terminar los trabajos iniciados
- Ser tenaz frente a obstáculos o dudas que se le presente en problemas matemáticos

Orientaciones didácticas para la unidad

La unidad propone trabajar con gráficos circulares, media, moda y mediana e introducir los conceptos de población, muestra y probabilidad de ocurrencia de un evento.

Estos temas tienen que adaptarse a alumnos de 6° básico; el docente debe evitar aplicar actividades que no han sido diseñadas para alumnos del nivel, dado que sus requerimientos de abstracción o su complejidad podrían tener efectos contraproducentes en el aprendizaje y generar más apatía que alegría y necesidad por el conocimiento. Por lo tanto, se debe tener especial cuidado al construir actividades. Ellas tienen que respetar los contextos que resultan significativos para los estudiantes y la profundidad de los conocimientos previos; asimismo, hay que cuidar el vocabulario y el ámbito numérico. Las actividades en estos niveles básicos exigen una secuencia que los alumnos entiendan, de modo que puedan seguir fácilmente las instrucciones. Además, tienen que permitir que los estudiantes lean, analicen e interpreten situaciones expresadas a través de tablas y gráficos, que respondan preguntas y resuelvan problemas, que trabajen individualmente o en grupos y que observen y busquen regularidades en la información.

Se sugiere orientar el trabajo de los alumnos con preguntas que generen discusión y que los impulsen a buscar procedimientos y observaciones para establecer conclusiones, como ¿qué pasa si?, ¿siempre pasa esto...?, ¿por qué...?

Ejemplos de actividades

AE 1

Demostrar que comprenden las medidas de tendencia central:

- determinando las medidas de tendencia central (media, mediana, moda) y el conjunto de datos
- determinando la más apropiada de las medidas de tendencia central para entregar resultados y conclusiones
- interpretando su significado a partir de información obtenida en medios de comunicación

Actividades

1. En conjunto con el profesor, identifican y describen tipos de datos a partir de diferentes conjuntos. Por ejemplo: datos cuantitativos (numéricos) y cualitativos (ordinales y nominales).
2. En la siguiente tabla se muestran los resultados de 14 clientes respecto del servicio telefónico celular:

Categoría	Frecuencia
Muy conforme	2
Conforme	8
Disconforme	3
Muy disconforme	1

De acuerdo con esa información y junto con el docente:

- identifican qué tipo de datos corresponden a esta situación
 - señalan y justifican qué medidas de tendencia central son pertinentes
 - determinan qué medidas se puede obtener
 - interpretan las medidas de tendencia central obtenidas según el contexto
3. Se registran las notas de dos estudiantes en la asignatura de matemática:

Estudiantes	Nota 1	Nota 2	Nota 3	Nota 4	Nota 5
Carolina	5,5	6,2	4,3	3,8	1,3
Marcelo	1,2	4,8	4,2	5,5	6,4

A partir de esa información:

- señalan y justifican qué medidas de tendencia central son pertinentes
 - determinan qué medidas se puede obtener
 - argumentan respecto de si hay o no diferencias en el rendimiento de Carolina y Marcelo, basándose en las medidas de tendencia central
4. La siguiente tabla muestra los resultados del test de Apgar para 70 recién nacidos.

Puntaje	Número de recién nacidos
0	0
1	1
2	2
3	4
4	5
5	8
6	10
7	15

8	17
9	8
10	0
	70

A partir de esa información:

- identifican qué tipo de datos corresponden a esta situación
- señalan y justifican qué medidas de tendencia central son pertinentes
- determinan qué medidas se puede obtener
- interpretan las medidas de tendencia central obtenidas según al contexto

5. Se registran las preferencias de 300 alumnos en los talleres extraprogramáticos:

Taller	Número de alumnos
Música	32
Pintura	25
Ciencias	15
Fútbol	80
Basquetbol	40
Voleibol	30
Cine	20
Teatro	35
Folclore	23
Total	300

A partir de esa información:

- identifican qué tipo de datos corresponden a esta situación
- señalan y justifican qué medidas de tendencia central son pertinentes
- determinan qué medidas se puede obtener
- interpretan las medidas de tendencia central obtenida según el contexto

Observaciones al docente

Para motivar a los estudiantes respecto de las medidas de tendencia central, se puede iniciar la actividad analizando con ellos los resultados de algunos estudios o encuestas donde se expresen estas medidas.

Es importante revisar con los alumnos los tipos de datos cuantitativos y cualitativos, considerando la pertinencia de obtener las medidas de tendencia central. Es fundamental que interpreten correctamente dichas medidas en cada contexto.

En cada ejercicio, es clave que justifiquen qué tipo de medidas de tendencia se puede determinar en los diferentes casos.

AE 2

Construir y rotular gráficos circulares.

Actividades

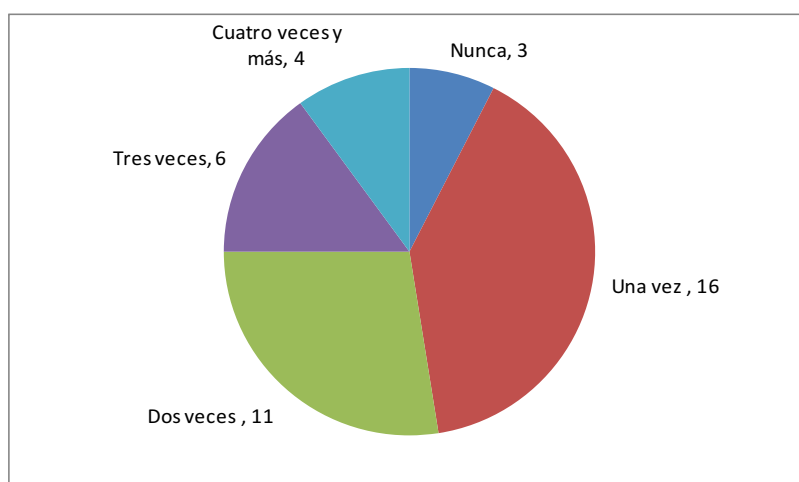
1. Identifican título, nombres de ejes y leyenda en gráficos circulares; reconocen que la suma de los ángulos centrales es de 360° , que los datos se representan como un porcentaje del total y que la suma de los porcentajes es igual a 100%.
2. Construyen y le ponen título y nombres a un gráfico circular, con y sin tecnología.

AE 3

Resolver problemas que impliquen interpretar información desde gráficos circulares.

Actividades

1. El siguiente gráfico muestra los resultados de una encuesta a estudiantes de un colegio, respecto de cuántos días a la semana hacen deporte o alguna actividad física.



Junto con el profesor:

- identifican cada sector del gráfico como una categoría de respuesta
- identifican el número de alumnos que corresponde a cada categoría
- responden a la pregunta ¿cuántos estudiantes realizan deporte tres veces por semana?

A partir del gráfico responden otras preguntas, como:

- ¿cuántos alumnos fueron encuestados?
- ¿cuál es la respuesta más recurrente?
- ¿cuántos, cree usted, tienen una mala condición física?
- ¿cuántos tienen una muy buena condición física, en su opinión?

Resuelven el siguiente problema:

- si tuviera que seleccionar a seis estudiantes para representar al colegio en una prueba de educación física, ¿a quiénes seleccionaría?, ¿por qué?
- ¿cuál es el porcentaje de estudiantes seleccionados?

Observaciones al docente

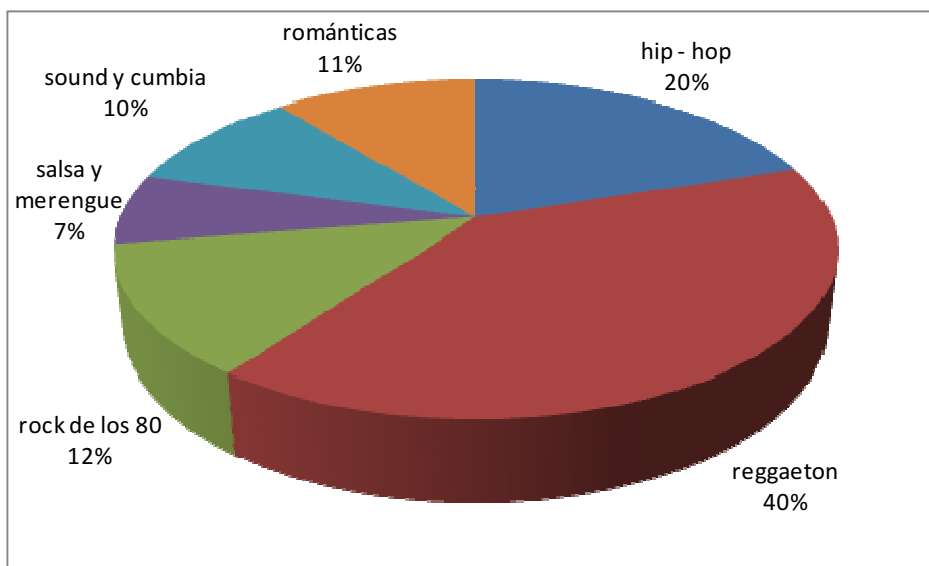
Se sugiere que el profesor explique lo importante que es obtener información del medio que los rodea (representada, por ejemplo, en gráficos circulares) y resolver problemas usando esa información.

Se sugiere comenzar con gráficos circulares que utilicen frecuencias absolutas. Posteriormente se pueden incorporar los porcentajes.

Se recomienda que profesor y alumnos reconozcan juntos cada uno de los elementos del gráfico y que respondan algunas preguntas de ejemplo. El docente también puede pedirles que inventen otras preguntas que se pueden contestar usando el gráfico.

Finalmente, se recomienda proponer a los estudiantes algunos problemas que ellos puedan resolver a partir de la lectura del gráfico.

2. A 120 jóvenes se les consultó acerca del estilo musical que más les gusta para bailar y respondieron con un solo estilo. Los resultados fueron:



Con el apoyo del profesor:

- identifican cada sector del gráfico como una categoría de respuesta
- identifican que cada categoría se entrega como un porcentaje de jóvenes respecto del total
- analizan y responden la pregunta ¿cuántos jóvenes prefieren el hip-hop?

Resuelven problemas como el siguiente:

- aproximadamente, ¿cuántos no prefieren rock de los 80?
- si se realiza una fiesta en la que solo habrá música salsa, merengue, cumbia, *sound*, románticas y *reggaeton*, ¿aproximadamente cuántos jóvenes irían a esa fiesta?, ¿cuántos no irían?

Observaciones al docente

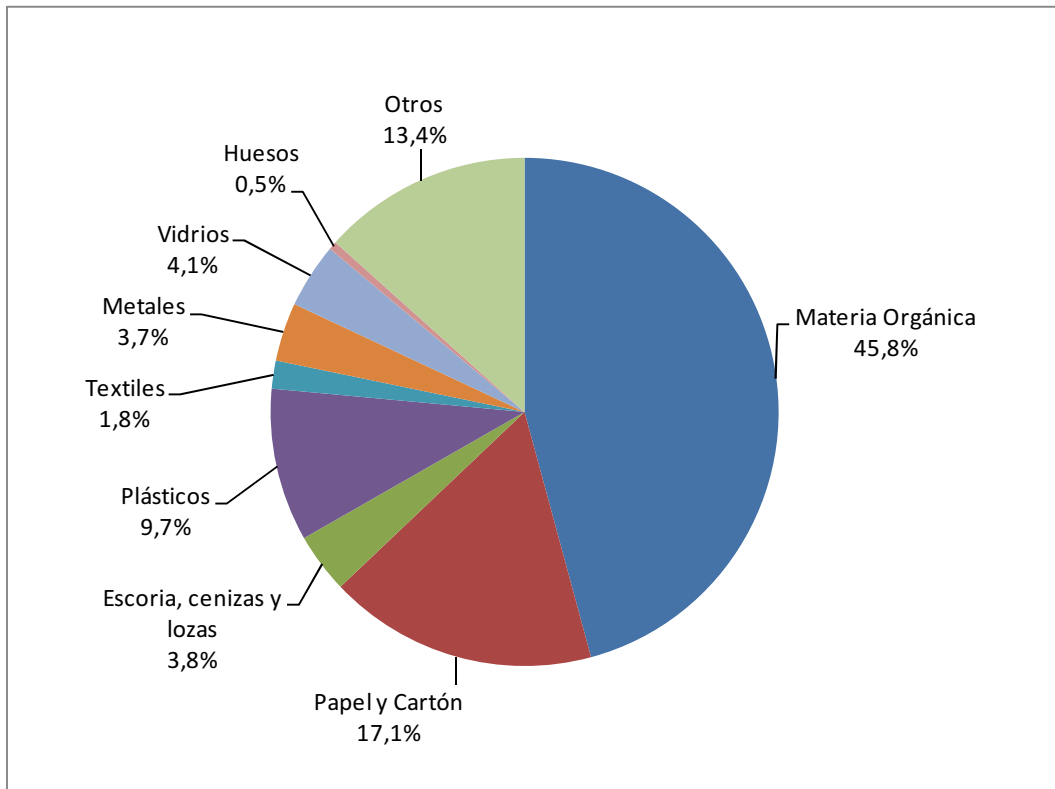
Se recomienda que profesor y alumnos reconozcan juntos cada uno de los elementos del gráfico y respondan algunas preguntas de ejemplo.

En particular, deben ser capaces de obtener el número de estudiantes de una categoría, si es que conocen el porcentaje. Por ejemplo: cuando el porcentaje es 30%, esto corresponde a $120 \cdot 0,3 = 36$ estudiantes. Además deben poder obtener el número de alumnos cuando se trata de más de una categoría.

También es un buen ejercicio que los estudiantes inventen otras preguntas que se puedan responder por

medio del gráfico. Se recomienda proponerles problemas que puedan resolver a partir de la lectura del gráfico.

3. Se presentan antecedentes relacionados con la generación y la composición de residuos sólidos domiciliarios (RSD) respecto de una región específica (por ejemplo, la Región Metropolitana) según estudios⁹ realizados.



Con el apoyo de una calculadora y a partir de esa información, resuelven problemas como:

- Si se considera que el total generado corresponde aproximadamente a 2.500.000 toneladas de RSD, entonces:
 - ¿cuántas toneladas corresponden a materia orgánica?
 - ¿cuántas corresponden a papel y cartón?
 - ¿cuántas equivalen a RSD, sin considerar vidrios, metales ni plásticos?
 - aproximadamente, ¿en qué razón se encuentran la cantidad de materia orgánica y la cantidad de papel y cartón?

Explican la estrategia y los procedimientos de cálculo para responder cada pregunta.

4. La siguiente tabla muestra información sobre cuántos libros habían leído ochenta personas hasta el momento en que se realizó la encuesta:

Número de libros leídos	Cantidad de personas
0	18
1	40

⁹ http://www.sinia.cl/1292/articles-39508_pdf_informeF.pdf

2	12
3	8
4	2
Total	80

Junto con el docente y paso a paso, construyen un gráfico circular que represente esa información. Al respecto:

- agregan una nueva columna a la tabla y expresan la frecuencia (cantidad de alumnos) en porcentaje; consideran el total de estudiantes
- agregan otra columna en la que ubican los grados correspondientes al sector circular que representa las frecuencias de estudiantes en cada categoría
- determinan los grados de los sectores circulares, tomando el porcentaje de cada categoría; lo expresan en fracción o decimal y luego lo multiplican por 360
- construyen el círculo usando compás
- marcan los grados con el transportador, uno tras otro; por ejemplo: en el sentido de las agujas del reloj
- con la regla, terminan de formar los sectores circulares del gráfico; pueden pintar cada sector circular de un color diferente para distinguirlos
- escriben los porcentajes en cada sector circular, sea dentro o fuera de él

Observaciones al docente

Se sugiere contar con transportador, regla y compás para construir el gráfico circular a mano. En esta oportunidad, el énfasis está en relacionar la cantidad de estudiantes, en número y porcentaje, con los grados correspondientes al sector circular asociado a cada categoría.

Es importante que el docente trabaje paso a paso esta actividad con los alumnos.

Para este nivel, los alumnos cuentan con los conocimientos sobre porcentajes, fracciones y decimales, pero no sobre proporciones. Para obtener los grados de los ángulos de cada sector circular, deben considerar que el círculo completo tiene 360°. Para obtener cada grado, tienen que expresar el porcentaje de cada categoría en fracción o decimal y multiplicarlo por 360.

Cuando han aprendido a construir gráficos circulares en forma manual, se puede introducir herramientas tecnológicas; por ejemplo: una planilla electrónica para construir gráficos circulares.

5. En la tabla siguiente se muestran los resultados de una encuesta sobre el transporte que utilizan los estudiantes para ir al colegio.

Transporte	Cantidad de estudiantes
Auto	46
Bus escolar	54
Bicicleta	50
Transporte público	114
Otro	36
Total	300

A partir de la tabla, construyen un gráfico de líneas que refleje la información.

Observaciones al docente

El profesor debe explicar que las cifras no son exactas cuando se construyen gráficos circulares y se pasan

las cantidades numéricas a porcentaje. Por ende, se debe aproximar (redondear o truncar) a cierta cantidad de decimales (por ejemplo: uno o dos decimales).

AE 4

Comprender los conceptos de población y muestra.

AE 5

Identificar situaciones donde es necesario tomar muestras.

Actividades

1. Considerando las definiciones de población y muestra entregados por el profesor, los alumnos dan otros ejemplos de poblaciones que pueden analizarse por medio de muestras:

- estudiantes de su colegio que practican un deporte fuera de las actividades escolares
- jóvenes de una comuna específica que han recibido una beca de estudios
- secretarias de una empresa que optan por un determinado perfume
- preferencias musicales de jóvenes entre 10 y 13 años

Junto con el profesor:

- determinan posibles muestras que pueden tomarse para analizar cada uno de los ejemplos
- discuten acerca de algunas estrategias o métodos para tomar las muestras y realizar los estudios

2. A partir de revistas, diarios, internet, investigaciones o encuestas, buscan un estudio e identifican su población, la muestra tomada y el método utilizado. Por ejemplo: una investigación respecto de las preferencias de programas en la televisión abierta en el horario nocturno, mediante una encuesta telefónica a 400 personas.

3. A partir de situaciones en las que se requiere cierta información, justifican si es necesario utilizar muestras o no. Por ejemplo: en un supermercado se necesita cierta información respecto de determinados productos:

- de un stock de 10.000 ampollitas, ¿aproximadamente cuántas no funcionan?
- de un stock de 100 cajas de fósforos: si los fósforos que contienen están buenos o malos
- de un stock de 100 huevos: si algunos están malos
- de sus clientes: cuáles son sus preferencias respecto de las distintas marcas de margarina.

En conjunto con el profesor:

- describen y argumentan acerca del procedimiento que usarían para obtener la información en cada caso
- argumentan por escrito sobre si la información obtenida es suficiente para formarse un juicio correcto respecto de lo que se quiere saber
- verifican si es posible o no aplicar un mismo procedimiento en más de un caso

Observaciones al docente

Para motivar a los estudiantes con el tema propuesto, puede iniciar la actividad analizando con ellos una serie de resultados de encuestas publicadas en los periódicos locales o en internet. Puede comentar respecto de la cantidad de participantes en las encuestas y el alcance de sus conclusiones.

Se sugiere que, antes de efectuar esta actividad, el docente seleccione un tema y les pida que elijan resultados de encuestas (publicadas en internet o en los diarios locales) y los lleven a la clase. Asimismo, el profesor podría llevar resultados del censo en aspectos que interesen al curso.

AE 6

Estimar la probabilidad de que ocurran eventos, a partir de identificar patrones en el comportamiento de resultados de experimentos aleatorios simples¹⁰ en contextos lúdicos.

Actividades

1. Se consideran diferentes experimentos aleatorios simples, como el lanzamiento de una moneda, de un dado, de dos monedas u otros.

Guiados por el profesor, los estudiantes:

- identifican todos los eventos o resultados que pueden ocurrir
- conjeturan acerca de si algunos eventos tienen mayor o menor probabilidad de ocurrencia
- realizan cierta cantidad de iteraciones; por ejemplo, cien veces
- registran los resultados en una tabla
- construyen una tabla de frecuencia que resuma la información anterior
- construyen un gráfico adecuado para mostrar la misma información

Observaciones al docente

Es importante que profesor y alumnos establezcan una relación entre "la probabilidad de ocurrencia de un evento" y "la frecuencia asociada a dicho evento" tras realizar varias iteraciones o lanzamientos.

Se sugiere que revisen juntos las respuestas y determinen los resultados correctos.

2. Tras realizar experimentos aleatorios, como lanzar una moneda, un dado, dos monedas u otros:

- identifican si hay diferencias en la frecuencia con que suceden los diferentes eventos
- identifican un patrón de comportamiento
- establecen una primera conclusión acerca de la probabilidad de ocurrencia de los eventos involucrados
- conjeturan acerca de los resultados que se obtiene cuando el número de lanzamientos o iteraciones aumenta

Observaciones al docente

Se sugiere que verifiquen juntos las conjeturas formuladas.

Para aumentar el número de resultados registrados en un experimento, se pueden reunir los datos de todos los estudiantes del curso.

¹⁰ Por ejemplo, lanzar monedas o dados

Aprendizaje Esperado

Demostrar que comprenden las medidas de tendencia central:

- determinando las medidas de tendencia central (media, mediana, moda) y el conjunto de datos
- determinando qué medidas de tendencia central son más apropiadas para entregar resultados y conclusiones
- interpretando su significado a partir de información obtenida en medios de comunicación

Indicadores de Evaluación

- Explican la información que entrega la media, la mediana y la moda respecto de un conjunto de datos
- Determinan la media, la mediana y la moda para un determinado conjunto de datos y explican por qué estos valores pueden ser iguales o diferentes
- Proporcionan un contexto en el que la media, la mediana o la moda es la medida más apropiada para comunicar
- Comparan resultados de conjuntos de datos, utilizando medidas de tendencia central
- Obtienen conclusiones a partir de la información entregada por las medidas de tendencia central en un contexto determinado
- Resuelven un problema, utilizando las medidas de tendencia central

Actividad propuesta

Analice la situación que se presenta a continuación y responda las preguntas planteadas.

Los sextos años básicos A y B de la escuela Los Olmos tienen el mismo número de estudiantes y rindieron una prueba de matemática. Los profesores jefe entregaron la siguiente información sobre los resultados:

	Sexto A	Sexto B
Promedio	4.7	4.4
Media	5.0	5.0
Moda	5.0	6.0

1. ¿Cuál fue la nota obtenida por un mayor número de estudiantes en el Sexto B? Justifique.
2. ¿Qué indica el hecho de que en ambos cursos se obtuviera la misma mediana? Explique.
3. ¿Qué información nos da cada una de estas tres medidas de tendencia central? Fundamente.
4. ¿Cuál de las tres medidas entrega mejor información en este contexto?, ¿por qué?

Criterios de evaluación:

Al evaluar, considerar los siguientes criterios:

- Demuestran comprensión respecto de la información que entrega cada medida de tendencia central
- Evalúan cuál de las medidas es la más útil en este caso. Se espera que prefieran la mediana o la moda frente a la media, porque a esta última la afectan los valores extremos

MATERIAL DE APOYO SUGERIDO

Bibliografía para el docente

- ALEKSANDROV, A. y otros. (1976). *La matemática: su contenido, métodos y significado*. Madrid: Alianza Universidad.
- ALSINA CATALÁ, C. y otros. (1990). *Simetría dinámica*. Síntesis.
- ALSINA CATALÁ, C. y otros. (1988). *Materiales para construir la geometría*. Síntesis.
- ALSINA CATALÁ, C. y otros. *Invitación a la didáctica de la geometría*. Madrid: Síntesis.
- ARAYA R. MATUS, C. (2008). *Buscando un orden para el azar, Proyecto Enlaces Matemática*. Santiago: Centro Comenius, Universidad de Santiago de Chile.
- ARIAS, NAFRÍA y otros (1992). *Hoja de cálculo en la enseñanza de las matemáticas en Secundaria*. Madrid: Universidad Autónoma de Madrid.
- ARTIGUE, M. (1994). "Una introducción a la didáctica de la matemática", en *Enseñanza de la Matemática*. MCyE.
- CALLEJO, L. (1994). *Un club de matemática para la diversidad*. Madrid: Narcea.
- CEDILLO, T. (1997). *Calculadoras: introducción al álgebra*. México: Iberoamericana.
- CENTENO, J. (1997). *Números decimales: ¿por qué?, ¿para qué?* Síntesis.
- COFRÉ, A. y TAPIA, L. (1995). *Cómo desarrollar el razonamiento lógico matemático. Manual para kinder a 8º básico*. Santiago: Universitaria.
- CORBALÁN, Fernando. (1995). *La matemática aplicada a la vida cotidiana*. Barcelona: Graó.
- DÍAZ, J. y otros. (1987). *Azar y probabilidad*. Madrid: Síntesis.
- DICKSON, L. y otros. (1991). *El aprendizaje de las matemáticas*. Barcelona: Labor.
- GOVINDEN L., P. (1998). *Introducción a la estadística*. Mc Graw Hill.
- HONSBERGER, R. (1994). *El ingenio en las matemáticas*. Madrid: DLS-Euler.
- JOHSUA, S. y DUPIN, J. (2005). *Introducción a la didáctica de las ciencias y la matemática*. Buenos Aires: Colihue.
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN DE CHILE. (2009). *Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios, Matemática*.
- PLANAS, N. y ALSINA, Á. (2005). *Educación matemática y buenas prácticas*. Barcelona: Grao.
- RODRÍGUEZ, J. y otros. (1997). *Razonamiento matemático*. México: Internacional Thompson.
- SAAVEDRA G., E. (2005). *Contenidos básicos de estadística y probabilidad*. Santiago: Universidad de Santiago.
- SERRANO, J. M. y otros. (1997). *Aprendizaje cooperativo en matemática*. Universidad de Murcia.
- VERSAN, A. M. y otros. (2006). *Razones para enseñar geometría en la educación básica*. México: Novedades Educativas.
- VILLANUEVA y otros. (1993). *Geometría elemental*. Santiago: Universidad Católica de Chile.
- VILLELA, José. (2001). *Uno, Dos, Tres... Geometría otra vez*. Argentina: AIQUE.
- WINSTON, H. y ELPHICK, D. (2001). *101 Actividades para implementar los Objetivos Fundamentales Transversales*. Santiago: Lom.

Páginas web recomendadas:

Ministerio de Educación de Chile:

www.mineduc.cl

Instrumentos Curriculares (Mapas de Progreso, Programas de Estudio, etc.):

www.curriculum-mineduc.cl

Instituto Nacional de Estadísticas:

www.ine.cl

Red Maestros de Maestros (Mineduc):

www.rmm.cl

Sitio Key Currículum Press de textos de matemática:

Geometría:

www.keypress.com/x19850.xml (ver capítulos de lecciones en español)

Álgebra:

www.keypress.com/x19578.xml (ver capítulos de lecciones en español)

Recursos digitales interactivos en la web:

Portal Educar Chile:

www.educarchile.cl/Portal.Base/Web/verContenido.aspx?ID=186119

Enlaces:

www.catalogored.cl/recursos-educativos-digitales?nivel_educativo=50&subsector_basica=65

Proyecto Descartes, España:

<http://recursostic.educacion.es/descartes/web/>

Biblioteca Nacional de Manipuladores Virtuales, *applets* de la Universidad de UTAH:

<http://nlvm.usu.edu/es/nav/vlibrary.html>

EduTEKA, Portal Educativo, Colombia:

www.eduteka.org/directorio : elegir la carpeta "Matemáticas" o ir al enlace directo:

www.eduteka.org/directorio/index.php?t=sub_pages&cat=204

Actividades sugeridas por temas: www.eduteka.org/MI/master/interactivate

Bibliografía para el estudiante

ARAYA S., R. y MATUS, C. (2008). *Buscando un orden para el azar*. Santiago: Centro Comenius, Universidad de Santiago de Chile.

GOVINDEN L., P. (1998). *Introducción a la estadística*. Mc Graw Hill.

Recursos digitales interactivos en la web:

Proyecto Descartes, España:

<http://recursostic.educacion.es/descartes/web/aplicaciones.php>

Biblioteca Nacional de Manipuladores Virtuales, *applets* de la Universidad de UTAH:

El enlace genérico es <http://nlvm.usu.edu/es/nav>; se puede ir a los enlaces directos:

Números y operaciones:

http://nlvm.usu.edu/es/nav/category_g_3_t_1.html

Álgebra:

http://nlvm.usu.edu/es/nav/category_g_3_t_2.html

Geometría:

http://nlvm.usu.edu/es/nav/category_g_3_t_3.html

http://nlvm.usu.edu/es/nav/category_g_3_t_4.html

Análisis de Datos y Probabilidad:

http://nlvm.usu.edu/es/nav/category_g_3_t_5.html

Portal Educar Chile:

www.educarchile.cl/Portal.Base/Web/verContenido.aspx?ID=186119

Enlaces:

www.catalogored.cl/recursos-educativos-digitales?nivel_educativo=50&subsector_basica=65

Eduteka, Portal Educativo, Colombia:

Actividades sugeridas: www.eduteka.org/MI/master/interactivate/

Enlace genérico de las unidades temáticas: www.eduteka.org/directorio/; enlaces directos:

Números y operaciones:

www.eduteka.org/directorio/index.php?t=sub_pages&cat=362

Geometría:

www.eduteka.org/directorio/index.php?t=sub_pages&cat=363

www.eduteka.org/directorio/index.php?t=sub_pages&cat=364

Probabilidad y estadística:

www.eduteka.org/directorio/index.php?t=sub_pages&cat=365

Álgebra:

www.eduteka.org/directorio/index.php?t=sub_pages&cat=366

Bibliografía CRA

A continuación se detallan publicaciones que se puede encontrar en las bibliotecas de los Centros de Recursos para el Aprendizaje (CRA) a lo largo del país:

BLUM, R. (2008). *Festival de ingenio*. Santiago de Chile: RIL.

COLLANTES, J. y PÉREZ, A. (2006). *Matecuentos 3: cuentos con problemas*. Madrid: Nivola.

MOSCOVICH, I. (2006). *Imaginación geométrica*. México: La Vasija.

SIERRA I FABRA, J. (2000). *El asesinato del profesor de matemáticas*. Madrid: Anaya.

SNAPE, Ch. y SCOTT, H. (2005). *¡Sal si puedes!* México: Limusa.

Todas las unidades

VARIOS AUTORES. (2007). *Apuntes de matemáticas*. Barcelona: Parramón.

VARIOS AUTORES. *Calculadora*. Dallas, Texas, s.f.

ANEXOS

Anexo 1: Uso flexible de otros instrumentos curriculares

Existe un conjunto de instrumentos curriculares que los docentes pueden utilizar de manera conjunta y complementaria con el programa de estudio. Estos se pueden usar de manera flexible para apoyar el diseño e implementación de estrategias didácticas y para evaluar los aprendizajes.

Mapas de Progreso¹¹. Ofrecen un marco global para conocer cómo progresan los aprendizajes clave a lo largo de la escolaridad¹².

Orientan sobre la progresión típica de los aprendizajes

Pueden usarse, entre otras posibilidades, como un apoyo para abordar la diversidad de aprendizajes que se expresa al interior de un curso, ya que permiten:

- caracterizar los distintos niveles de aprendizaje en los que se encuentran los estudiantes de un curso
- reconocer de qué manera deben continuar progresando los aprendizajes de los grupos de estudiantes que se encuentran en estos distintos niveles

Apoyan el trabajo didáctico en el aula

Textos escolares. Desarrollan los Objetivos Fundamentales y los Contenidos Mínimos Obligatorios para apoyar el trabajo de los alumnos en el aula y fuera de ella, y les entregan explicaciones y actividades para favorecer su aprendizaje y su autoevaluación.

Los docentes también pueden enriquecer la implementación del currículum, haciendo uso de los recursos entregados por el Mineduc a través de:

- los **Centros de Recursos para el Aprendizaje (CRA)** y los materiales impresos, audiovisuales, digitales y concretos que entregan
- el **Programa Enlaces** y las herramientas tecnológicas que ha puesto a disposición de los establecimientos

¹¹ En la página web del Ministerio de Educación se encuentra disponible el documento "**Orientaciones para el uso de los Mapas de Progreso del Aprendizaje**" y otros materiales que buscan apoyar el trabajo con los mapas (www.curriculum-mineduc.cl/ayuda/documentos/).

¹² En una página describen en 7 niveles el crecimiento habitual del aprendizaje de los estudiantes en un ámbito o eje del sector a lo largo de los 12 años de escolaridad obligatoria. Cada uno de estos niveles presenta una expectativa de aprendizaje correspondiente a dos años de escolaridad. Por ejemplo: el Nivel 1 corresponde al logro que se espera para la mayoría de los niños y niñas al término de 2º básico; el Nivel 2 corresponde al término de 4º básico, y así sucesivamente. El Nivel 7 describe el aprendizaje de un alumno o alumna que al egresar de la Educación Media es "sobresaliente"; es decir, va más allá de la expectativa para IV medio que describe el Nivel 6 en cada mapa.

ANEXO 2: Objetivos Fundamentales por Semestre y Unidad

Objetivo Fundamental	Semestre 1		Semestre 2	
	Unidades:		Unidades:	
	1	2	1	2
1. Utilizar procedimientos de cálculo mental y escrito para efectuar multiplicaciones y divisiones de fracciones positivas y de números decimales positivos, en el contexto resolver problemas y estudiar regularidades de estas operaciones.	X			
2. Comprender la noción de razón y de porcentaje e interpretar información proporcionada a través de ellos, efectuar cálculos, establecer formas equivalentes de escritura de porcentajes y emplearlos para comunicar información en diversos contextos.	X			
3. Formular y verificar conjeturas, en casos particulares, respecto del comportamiento de algún fenómeno que implique variaciones porcentuales.	X			
4. Comprender el significado de potencias e interpretar aquellas de base y exponente natural, aplicar la notación de potencias en situaciones diversas, identificar regularidades y verificar procedimientos en la multiplicación y en la división por potencias de 10 en casos particulares.		X		
5. Representar secuencias numéricas, áreas, perímetros y relaciones angulares mediante expresiones algebraicas, utilizar estrategias para resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita en el ámbito de los números naturales y verificar sus soluciones.		X		
6. Emplear procedimientos para medir ángulos y establecer relaciones entre la medida de ángulos que se forman en rectas paralelas cortadas por una transversal.			X	
7. Formular y verificar conjeturas relativas a la suma de ángulos interiores y exteriores de polígonos en casos particulares y aplicarlas para resolver problemas que involucren determinar medidas de ángulos en ellos.			X	
8. Representar datos en gráficos circulares, obtenidos desde diversas fuentes, y resolver problemas que impliquen interpretar la información presentada en ellos.				X
9. Comprender los conceptos de población y muestra y argumentar sobre la necesidad de tomar muestras para realizar estudios o encuestas que involucren un gran número de casos.				X
10. Interpretar y discutir la información que entregan diferentes medidas de tendencia central, determinar su valor cuando sea pertinente al considerar el tipo de datos y emplearlas en diversas situaciones.				X
11. Estimar la probabilidad de que ocurran eventos, mediante la identificación de patrones en el comportamiento de resultados de experimentos aleatorios.				X
12. Formular y verificar conjeturas en casos particulares y aplicar las habilidades propias del proceso de resolver problemas en contextos significativos que fomenten el interés por conocer la realidad; seleccionar información relevante y argumentar sobre la validez de procedimientos utilizados.	X	X	X	X

ANEXO 3: Contenidos Mínimos Obligatorios por Semestre y Unidad

Contenidos Mínimos Obligatorios	Semestre 1		Semestre 2	
	Unidades:		Unidades:	
	1	2	1	2
NÚMEROS				
1. Cálculo escrito, mental y aproximado de multiplicaciones y divisiones de fracciones positivas y de números decimales positivos; operaciones combinadas con estos números, aplicación en contextos cotidianos y empleo de la calculadora u otras herramientas tecnológicas para estudiar regularidades en la multiplicación y la división de fracciones y números decimales.	x			
2. Interpretación de información proveniente de diversos contextos y de medios de comunicación, expresada como razón y porcentaje.	x			
3. Establecimiento de la relación entre porcentaje y su expresión como fracción o número decimal, y resolución de problemas que involucren razones y porcentajes en diferentes contextos.	x			
4. Formulación y verificación de conjeturas, a través de casos particulares, respecto de situaciones o fenómenos de la vida cotidiana que involucren cálculo de porcentajes y de variaciones porcentuales (aumentos y disminuciones).	x			
5. Interpretación de potencias de base natural y exponente natural, formulación y verificación de procedimientos para multiplicar y dividir una potencia de 10 por otra potencia de 10 y un número natural o decimal positivo por una potencia de 10, identificación de regularidades en estas operaciones y aplicación a situaciones problemáticas.		x		
6. Utilización de estrategias de cálculo mental y escrito, como el uso de potencias de 10 en la descomposición de un número natural y la escritura de números grandes como un producto en que uno de sus factores es una potencia de 10.		x		
7. Resolución de problemas en contextos diversos y significativos que involucran el empleo de las cuatro operaciones aritméticas en el ámbito de los números naturales, las fracciones y los números decimales positivos, poniendo el énfasis en habilidades como la selección de los datos necesarios para su solución, la planificación y puesta en práctica de estrategias de solución, la interpretación y evaluación de los resultados obtenidos en función del contexto y la argumentación sobre la validez de procedimientos utilizados.	x			
ÁLGEBRA				
1. Representación de secuencias numéricas, perímetros, áreas y relaciones angulares, mediante expresiones algebraicas.		x		
2. Utilización de estrategias para resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita que representen diversas situaciones de la vida cotidiana.		x		
3. Validación de la solución obtenida en la resolución de una ecuación de primer grado con una incógnita, mediante el		x		

análisis del contexto o la sustitución de la incógnita.				
GEOMETRÍA				
1. Medición de ángulos con transportador o herramientas tecnológicas y empleo del grado sexagesimal como unidad de medida.			x	
2. Identificación de ángulos opuestos por el vértice en rectas que se cortan en el plano y de los ángulos que se forman al cortar rectas paralelas con una transversal, y verificación de las igualdades de medida que se dan en estos casos.			x	
3. Formulación y verificación de conjeturas, en algunos casos, referidas a la suma de las medidas de los ángulos interiores y exteriores de polígonos.			x	
4. Resolución de problemas en situaciones variadas relativas al cálculo de la medida de ángulos interiores y exteriores en polígonos.			x	
DATOS Y AZAR				
1. Resolución de problemas que impliquen interpretar información desde gráficos circulares y representación de dichos gráficos en forma manual y con herramientas tecnológicas, a partir de datos obtenidos desde diversas fuentes. Discusión sobre el tipo de información que se puede representar a través de tablas y gráficos circulares.				x
2. Distinción entre los conceptos de población y muestra e identificación de situaciones en las que es necesario tomar muestras.				x
3. Cálculo de la media aritmética, mediana y moda, en forma manual y con herramientas tecnológicas para caracterizar información presente en diversos contextos, interpretación de la información que ellas entregan y discusión acerca de la pertinencia de su cálculo según el tipo de datos.				x
4. Repetición de un experimento aleatorio simple ¹³ en contextos lúdicos y estimación de la probabilidad de que ocurra un evento como la razón entre el número de veces en que ocurrió dicho evento y el número de repeticiones del experimento, comprendiendo que, a mayor número de lanzamientos, es mejor la estimación.				x

¹³ Por ejemplo, lanzar monedas o dados.

ANEXO 4: Relación entre Aprendizajes Esperados, Objetivos Fundamentales (OF) y Contenidos Mínimos Obligatorios (CMO)

Semestre 1:

Aprendizajes Esperados	OF	CMO
Unidad 1: Números y álgebra		
1. Consolidar las habilidades del cálculo mental en números naturales, fracciones y decimales positivos.	1	1
2. Identificar las regularidades en la multiplicación y la división de un número decimal por 10, 100 ó 1.000.	1	1
3. Relacionar las fracciones impropias con números mixtos.	1	1
4. Calcular multiplicaciones y divisiones de fracciones en forma escrita y mental.	1	1
5. Demostrar que comprenden la multiplicación y la división de decimales.	1	1
6. Demostrar que comprenden las razones con material concreto, en forma gráfica y simbólica.	2	2
7. Demostrar que comprenden porcentaje (limitado a números naturales) con material concreto, gráfica y simbólicamente.	2	2-3
8. Formular y verificar conjeturas respecto del comportamiento de algún fenómeno, mediante el estudio de variaciones porcentuales.	3	4
9. Resolver problemas en contextos diversos que involucran las cuatro operaciones aritméticas en el ámbito de los números naturales, las fracciones y los decimales positivos	1-12	1-7
Unidad 2: Números y álgebra II		
1. Expresar potencias de base 10 y exponente natural y aplicarlas en situaciones diversas.	4	5-6
2. Identificar regularidades al multiplicar y dividir potencias de igual base y exponente natural.	4	5
3. Representar generalizaciones que surjan a partir de relaciones numéricas, utilizando letras en las variables.	5	8
4. Reconocer ecuaciones de primer grado con una incógnita en el ámbito de los números naturales y verificar la igualdad.	5	9-10
5. Resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita en el ámbito de los números naturales y verificar sus soluciones.	5	9-10

Semestre 2

Aprendizajes Esperados	OF	CMO
Unidad 3: Geometría		
1. Demostrar que comprenden los ángulos: <ul style="list-style-type: none"> • identificando ejemplos de ángulos en el ambiente • clasificando ángulos de acuerdo a sus medidas • estimando las medidas de ángulos (con 45°, 90° y 180° como ángulos de referencia) • determinando ángulos en grados 	6	11

<ul style="list-style-type: none"> dibujando y rotulando ángulos cuando la medida es específica 		
2. Resolver problemas relativos a ángulos que se forman en rectas paralelas cortadas por una transversal.	6	12
3. Formular y demostrar conjeturas acerca de la suma de ángulos en: <ul style="list-style-type: none"> triángulos cuadriláteros 	7	13
4. Resolver problemas en situaciones variadas que implican calcular la medida de ángulos interiores y exteriores en triángulos y cuadriláteros.	7-12	14
Unidad 4: Datos y Azar		
1. Demostrar que comprenden las medidas de tendencia central: <ul style="list-style-type: none"> determinando las medidas de tendencia central (media, mediana, moda) y el conjunto de datos determinando la medida de tendencia central más apropiada para entregar resultados y conclusiones interpretando su significado a partir de información obtenida en medios de comunicación 	10	17
2. Construir, rotular, e interpretar gráficos circulares para resolver problemas.	8	15
3. Comprender los conceptos de población y muestra.	9	16
4. Identificar situaciones en las que es necesario tomar muestras.	9	16
5. Estimar la probabilidad de ocurrencia de eventos, a partir de identificar patrones en el comportamiento de resultados de experimentos aleatorios simples ¹⁴ en contextos lúdicos.	11	18

¹⁴ Por ejemplo, lanzar monedas o dados.